

Vestibular UFBA – 2006 –1ª FASE.
Resolução da prova de Matemática
Por Profa. Maria Antônia Conceição Gouveia.

QUESTÕES de 01 a 08

INSTRUÇÃO: Assinale as proposições verdadeiras, some os números a elas associados e marque o resultado na Folha de Respostas.

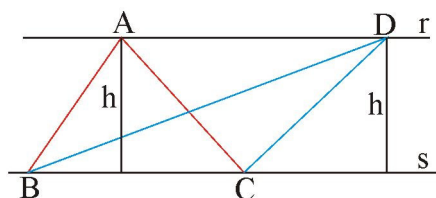
Questão 01

Com base nos conhecimentos sobre geometria plana, é correto afirmar:

- (01) Se dois triângulos têm a mesma altura relativa a um lado comum, então eles são congruentes.
- (02) Se dois triângulos semelhantes têm a mesma área, então eles são congruentes.
- (04) Em um triângulo equilátero, o ângulo agudo formado pela altura relativa a um lado e a mediana relativa a outro lado mede 60° .
- (08) Em um paralelogramo, se dois lados formam um ângulo de 150° e medem 1cm e $\sqrt{3}$ cm, então a menor diagonal mede 1cm.
- (16) Se A é um conjunto formado por n pontos coplanares de modo que três pontos quaisquer de A não são colineares, então o número de triângulos que se pode formar com vértices pertencentes a A é igual a $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

RESOLUÇÃO:

(01) FALSO



Os triângulos ABC e BCD da figura acima têm a mesma base BC e a mesma altura h (distância entre as retas paralelas r e s) e não são congruentes.

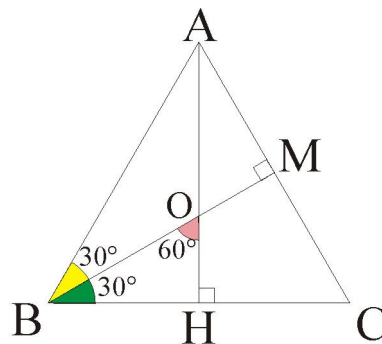
O que podemos afirmar é que são equivalentes (possuem a mesma área).

(02) VERDADEIRO.

Se dois triângulos são semelhantes com dois lados homólogos quaisquer medindo, respectivamente, m e n , temos que a razão de semelhança é igual a $\frac{m}{n} \Rightarrow$ a razão entre suas áreas é $\left(\frac{m}{n}\right)^2$. Sendo as áreas iguais, temos $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 1 \Rightarrow m^2 = n^2 \Rightarrow m = n$.

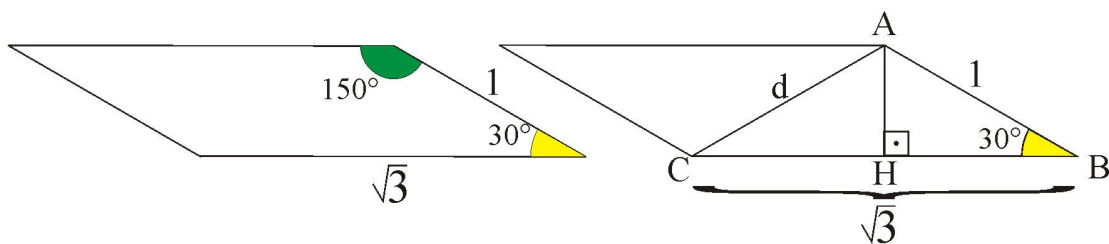
(04) VERDADEIRO.

Num triângulo equilátero são sempre coincidentes os segmentos que constituem a bissetriz, mediana e altura relativas a um mesmo vértice



O triângulo BHO é retângulo com um ângulo de 30° determinado pela bissetriz BM, logo \widehat{BOH} mede 60° .

(08) VERDADEIRO.



No triângulo retângulo AHB, temos $AH = AB \cdot \sin 30^\circ = 0,5$ e $BH = AB \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HC =$

$$\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d = 1.$$

(16) VERDADEIRO.

Sendo A é um conjunto formado por n pontos coplanares de modo que três pontos quaisquer de A não são colineares, então o número de triângulos que se pode formar com vértices pertencentes a A será dado pela relação: $C_n^3 = \frac{n}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

Questão 02

O trabalho de crianças e adolescentes é um problema que afeta, principalmente, os países mais pobres, sendo motivo de preocupação de governantes e de organismos internacionais.

Com base nos dados obtidos na Pesquisa Nacional de Amostra por Domicílios (PNAD/IBGE), em 2003, existiam, no Brasil, 43,05 milhões de pessoas na faixa etária de 5 a 17 anos, das quais 5,07 milhões estavam ocupadas (trabalhando), o que corresponde a 11,78% dessa população.

A tabela a seguir apresenta esses dados por regiões do Brasil.

Regiões do Brasil	Faixa etária de 5 a 17 anos	
	População (em milhões)	Percentual de pessoas ocupadas (%)
Norte	2,98	9,51
Nordeste	13,81	15,30
Centro-Oeste	3,12	9,75
Sudeste	17,05	8,63
Sul	6,09	14,43

Fonte: IBGE. Disponível em: <<http://www.IBGE.gov.br>>. Acesso em: 15 jun. 2005. Com aproximação de dados.

Com base nessas informações sobre a faixa etária de 5 a 17 anos, é correto afirmar:

- (01) Mais de 50% das pessoas nessa faixa etária encontravam-se nas regiões Sul e Sudeste.
- (02) O número de pessoas ocupadas, nessa faixa, era menor na Região Sudeste do que na Região Sul.
- (04) Entre as pessoas ocupadas, nessa faixa etária, aproximadamente 10% encontravam-se na Região Centro-Oeste.
- (08) Escolhendo-se ao acaso uma pessoa da Região Norte, nessa faixa etária, a probabilidade de que ela **não esteja** ocupada é igual a 90,49%.
- (16) Supondo-se um crescimento de 1% ao ano para a população da faixa etária de 5 a 17 anos, a estimativa é de que, no ano 2006, a população dessa faixa seja de 43,05 x 1,030301 milhões de pessoas.

RESOLUÇÃO:

- (01) VERDADEIRO.

$$\frac{17,06 + 6,09}{43,05} = \frac{23,15}{43,05} = 0,5377\dots$$

(02) FALSO.

$$17,06 \times 0,0863 > 6,09 \times 0,1443 \Rightarrow 1,472278 > 0,878787$$

(04) FALSO.

$$\frac{3,12 \times 0,0975}{5,07} = 0,06.$$

(08) VERDADEIRO .

$$p = 1 - 0,0951 = 0,9049.$$

(16) VERDADEIRO.

$$43,05 \cdot 1,01^3 = 43,05 \cdot 1,030301.$$

Questão 03

Considerando-se C_1 , C_2 , C_3 , ... cilindros com o mesmo volume, de modo que os respectivos raios das bases, medidos em centímetros, formem uma progressão geométrica com o primeiro termo e razão iguais a $\sqrt{5}$, é correto afirmar:

(01) O número real $5^{61}\sqrt{5}$ é o termo de ordem 122 da seqüência dos raios.

(02) O termo geral da seqüência dos raios pode ser escrito como $r_k = 5^{\frac{k}{2}}$.

(04) Considerando-se apenas os termos de ordem par da seqüência dos raios, obtém-se uma progressão geométrica de razão 5, em que todos os termos são números inteiros positivos.

(08) A seqüência formada pelas alturas dos cilindros é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{5}$.

(16) Sendo o volume dos cilindros igual a $\pi\sqrt{20} \text{ cm}^3$, a área total do primeiro cilindro, expressa em cm^2 , é um número menor que 42.

RESOLUÇÃO:

(01) FALSO.

Seja $R = \{\sqrt{5}, 5, 5\sqrt{5}, 25, 25\sqrt{5}, \dots\}$ o conjunto das medidas dos raios dos cilindros $C_1, C_2, C_3, \dots \Rightarrow R_{122} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}^{121} = 5^{61}$.

(02) VERDADEIRO.

$$r_k = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}^{k-1} = \sqrt{5}^k = 5^{\frac{k}{2}}.$$

(04) VERDADEIRO.

$$R_{\text{par}} = \{5, 25, 125, \dots\}$$

(08) VERDADEIRO.

$$V_1 = \pi\sqrt{5^2}h_1 = 5\pi h_1; \quad V_2 = \pi 5^2 h_2 = 25\pi h_2; \quad V_3 = \pi(5\sqrt{5})^2 h_3 = 125\pi h_3; \dots$$

$$\text{Sendo } V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_k \Rightarrow 5\pi h_1 = 25\pi h_2 = 125\pi h_3 \Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{5}, \quad h_3 = \frac{h_2}{5} \dots$$

(16) FALSO.

$$5\pi h_1 = \pi\sqrt{20} \Rightarrow h_1 = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow S = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi \left(\sqrt{5^2} + \sqrt{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} \right)$$

$$S = 14\pi \approx 43,96 > 42$$

Questão 04

Com relação às funções $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e $h :]0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$, dadas por $f(x) = b^x + b^{-x}$, $g(x) = b^x - b^{-x}$ e $h(x) = \log_b x$, sendo b um número real positivo e diferente de 1, é correto afirmar:

(01) O gráfico da função f é simétrico em relação à origem.

(02) A função produto $f \cdot g$ é ímpar se e somente se $b \in]0, 1[$.

(04) A função composta foh é dada por $f(h(x)) = \frac{x^2 + 1}{x}$ para qualquer $x \in]0, +\infty[$.

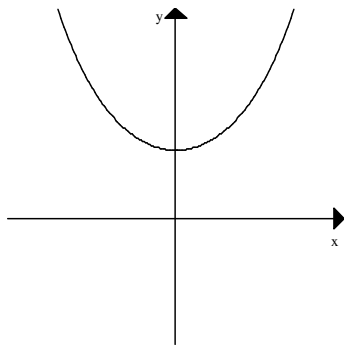
(08) Para qualquer número real x, $f(x)(g(x) - x) = g(2x) - 2x$.

(16) Existe $b \in]0, +\infty[- \{1\}$ tal que $f(2) = 2$.

(32) Existe $b \in]0, +\infty[- \{1\}$ tal que $h(x + y) = h(x)h(y)$ para quaisquer números reais positivos x e y.

RESOLUÇÃO:

(01) FALSO.

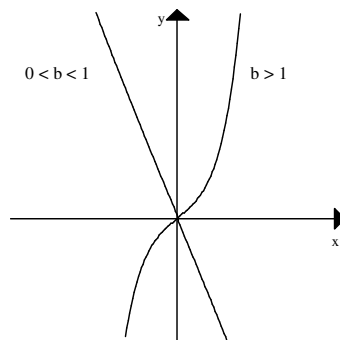


É simétrico em relação ao eixo Oy.

(02) FALSO.

$f.g = p(x) = (b^x + b^{-x})(b^x - b^{-x} - x) = p(-x) = (b^x + b^{-x})(b^{-x} - b^{-(-x)} - (-x)) = -p(x)$ (sempre ímpar).

Graficamente:



(04) VERDADEIRO.

$$f(h(x)) = b^{\log_b(x)} + b^{-\log_b(x)} = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

(08) VERDADEIRO.

$$f(x)(g(x) - x) = (b^x + b^{-x})(b^x - b^{-x} + x - x) = b^{2x} - b^{-2x}$$

$$g(2x) - 2x = b^{2x} - b^{-2x} + 2x - 2x = b^{2x} - b^{-2x}$$

(16) FALSO.

$$b^2 + b^{-2} = \frac{b^4 + 1}{b^2} = 2 \Rightarrow b^4 - 2b^2 + 1 = 0 \Rightarrow b = \sqrt{\frac{2 \pm 0}{2}} = 1.$$

(32) FALSO.

Sendo $h(x) = \log_b x$, então $h(x+y) = \log_b(x+y) \neq h(x) \cdot h(y)$

Questão 05

Considerando-se, no plano cartesiano, a reta r representada pela equação $y = 15$ e a circunferência de centro $(5, 0)$ e raio $5\sqrt{3}$, pode-se afirmar:

- (01) A circunferência intercepta o eixo y nos pontos $(0, 5\sqrt{3})$ e $(0, -5\sqrt{3})$.
- (02) Existe um único triângulo equilátero cujos vértices são o centro da circunferência e dois pontos da reta r .
- (04) A circunferência pode ser representada pela equação $x^2 - 10x + y^2 = 50$.
- (08) Existe uma reta que passa pelo ponto $(10, 0)$ e é tangente à circunferência.
- (16) A imagem da reta r pela rotação de 60° no sentido anti-horário, em torno do ponto $(5, 15)$, intercepta a circunferência em dois pontos distintos.
- (32) Existe um número natural k tal que a imagem da circunferência pela homotetia de razão $\left(\frac{8}{7}\right)^k$ e centro na origem é uma circunferência que intercepta a reta r em dois pontos distintos.

RESOLUÇÃO:

$$(x - 5)^2 + y^2 = (5\sqrt{3})^2 \Rightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 75$$

(01) FALSO.

Na equação $(x - 5)^2 + y^2 = 75$ para $x = 0$, temos $25 + y^2 = 75 \Rightarrow y = \pm \sqrt{50} = \pm 5\sqrt{2}$, então os pontos de interseção com o eixo Oy são $(0, -5\sqrt{2})$ e $(0, 5\sqrt{2})$

(02) VERDADEIRO.

Os vértices do triângulo equilátero em questão são os pontos $C = (5,0)$,

$A = (x_1, 15)$ e $B = (x_2, 15)$. A altura relativa ao lado AB está contida na mediatriz do segmento AB. E como a mediatriz é única, este triângulo também é único.

(04) VERDADEIRO.

$$(x-5)^2 + y^2 = 75 \Rightarrow x^2 + y^2 - 10x = 50.$$

(08) FALSO.

Para existir uma reta tangente à circunferência $(x-5)^2 + y^2 = 75$ é necessário que a distância dele ao centro seja igual à medida do raio. Vejamos se isto acontece:

$d = \sqrt{(10-5)^2} = 5 \neq 5\sqrt{3} = r$. O ponto $(10,0)$ é então interior à circunferência porque sua distância ao centro é menor que o raio.

(16) VERDADEIRO,

A reta que passa no ponto $(5,15)$ e forma com Ox um ângulo de 60° é:

$$y - 15 = \operatorname{tg}60^\circ (x - 5) \Rightarrow y - 15 = \sqrt{3} (x - 5) \Rightarrow y = \sqrt{3} (x - 5) + 15. \text{ Resolvendo o}$$

sistema $\begin{cases} (x-5)^2 + y^2 = 75 \\ y = \sqrt{3}(x-5) + 15 \end{cases}$ encontraremos a ou as interseções:

$$(x-5)^2 + (\sqrt{3}(x-5) + 15)^2 = 75 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 3x^2 - 30x + 300 + 30\sqrt{3}x - 150\sqrt{3} = 75$$

$$4x^2 - 40x + 325 - 75 + 30\sqrt{3}x - 150\sqrt{3} = 0 \Rightarrow 4x^2 - (40 - 30\sqrt{3})x + 250 - 150\sqrt{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = (40 - 30\sqrt{3})^2 - 16 \cdot (250 - 150\sqrt{3}) = 1600 - 2400\sqrt{3} + 2700 - 4000 + 2400\sqrt{3} = 300 > 0 \Rightarrow$$

x assume dois valores reais e diferentes para $y = \sqrt{3}(x-5) + 15$.

(32) VERDADEIRA.

A circunferência transformada pela homotetia tem centro no eixo dos x e raio $R_1 =$

$$\left(\frac{8}{7}\right)^k = 5\sqrt{3}\left(\frac{8}{7}\right)^k.$$

Para esta circunferência interceptar a reta $y = 15$ em dois pontos distintos basta que $R_1 =$

$$5\sqrt{3}\left(\frac{8}{7}\right)^k > 15 \Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^k > \sqrt{3}.$$

Como $\left(\frac{8}{7}\right) > 1$ existem infinitos valores naturais de k que satisfazem a desigualdade

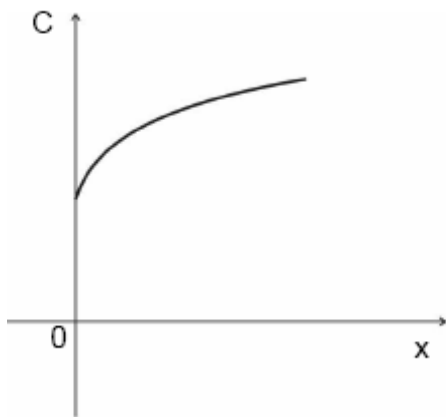
$$\left(\frac{8}{7}\right)^k > \sqrt{3}.$$

Questão 06

O custo de produção diária e a receita pela venda de um determinado produto fabricado por uma empresa, em milhares de reais, são dados, respectivamente, pelas funções $C:] 0, +\infty [\rightarrow] 0, +\infty [$ e $R:] 0, +\infty [\rightarrow] 0, +\infty [$, com $C(x) = 2 + \log_2(x + 1)$ e $R(x) = 2^x - 1$, sendo x o número de centenas de unidades produzidas.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- (01) As funções C e R são crescentes.
- (02) R é a função inversa de C .
- (04) Para uma receita igual a R\$ 7 000,00, o custo é igual a R\$ 4 000,00.
- (08) Se a produção é de 100 unidades, então um aumento de 200% na produção acarretará um aumento de 100% no custo.
- (16) A função lucro, definida por $L = R - C$, satisfaz a condição $L(0) = L(1)$, mas não é uma função constante.
- (32) A figura ao lado representa um esboço do gráfico da função C .

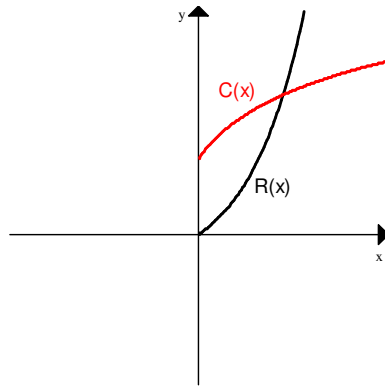


RESOLUÇÃO:

- (01) VERDADEIRO.

Tanto em $C(x)$ quanto em $R(x)$ as bases das respectivas funções são números maiores que 1.

Veja a representação gráfica:



(02) FALSO.

$$C(x) = 2 + \log_2(x+1) \Rightarrow x = 2 + \log_2(y+1) \Rightarrow \log_2(y+1) = x - 2 \Rightarrow y + 1 = 2^{x-2} \Rightarrow C'(x) = 2^{x-2} - 1 \neq R(x).$$

(04) VERDADEIRO.

$$R(x) = 2^x - 1 = 7 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3. \text{ Substituindo este valor em } C(x), \text{ temos } 2 + \log_2(3+1), \text{ temos: } 2 + 2 = 4$$

(08) FALSO.

$$C(x) = 2 + \log_2(x+1) \Rightarrow C(1) = 2 + \log_2 2 = 3 \text{ e } C(3) = 2 + \log_2 4 = 4$$

$$\frac{4}{3} = 1,333... \neq 2.$$

(16) VERDADEIRO.

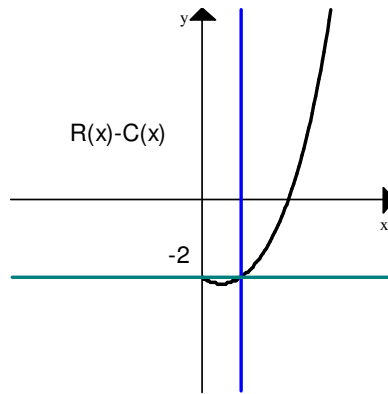
$$L(x) = 2^x - 1 - [2 + \log_2(x+1)] = 2^x - 3 - \log_2(x+1).$$

$$L(0) = 1 - 3 - \log_2(0+1) = -2.$$

$$L(1) = 2 - 1 - 2 - \log_2 2 = -2.$$

A função $L(x)$ é dependente de x , logo não é constante.

Graficamente:



(32) VERDADEIRO.

Vide gráfico apresentado na resolução do item (01)

Questão 07

Os estoques de gasolina, álcool e diesel de três postos de combustíveis são dados, em milhares de litros, na tabela a seguir, sendo c e k números reais não-negativos.

	Gasolina	Álcool	Diesel
Posto 1	2	1	1
Posto 2	1	4	k
Posto 3	c	k	1

Seja M a matriz formada pelos estoques de cada combustível em cada posto, na mesma disposição da tabela dada. Sabe-se que o preço por litro de cada combustível é o mesmo nos três postos.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- (01) Se $c = 1$, então a matriz M^2 é simétrica.
- (02) Se $c = 1$, então a matriz M é inversível, para todo $k \in [0, +\infty[$.
- (04) Se $c = 3$, então existe $k \in [0, +\infty[$ para o qual o determinante da matriz M é nulo.
- (08) Conhecendo-se os preços por litro de álcool e de diesel e sabendo-se que o primeiro é maior que o segundo, então existe $k \in [0, +\infty[$ tal que a soma dos valores dos estoques desses dois combustíveis, no Posto 2, é igual à mesma soma no Posto 3.
- (16) Assumindo-se que $c = 3$, $k = 0$ e que as somas dos valores dos estoques dos Postos 1, 2 e 3 são, respectivamente, R\$8 800,00, R\$10 800,00 e R\$9 600,00, então a soma dos preços, por litro, de cada combustível é igual a R\$6,00.

RESOLUÇÃO:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & k \\ c & k & 1 \end{pmatrix}$$

(01) VERDADEIRO.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & k \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & k \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6+k & 3+k \\ 6+k & 17+k^2 & 1+5k \\ 3+k & 1+5k & k^2+2 \end{pmatrix} \quad \text{Pois todo } a_{i,j} = a_{j,i}, \text{ sendo } i \neq j.$$

(02) FALSO.

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & k \\ 1 & k & 1 \end{vmatrix} = 8 + k + k - 4 - 2k^2 - 1 = -2k^2 + 2k + 3$$

$$\text{Fazendo } -2k^2 + 2k + 3 = 0, k = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 24}}{-4} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}.$$

A afirmação é falsa pois $\det(M) = 0$ para $k = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \in [0, +\infty[$.

(04) FALSO.

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & k \\ 3 & k & 1 \end{vmatrix} = 8 + k + 3k - 12 - 2k^2 - 1 = -2k^2 + 4k - 5$$

$$\text{Fazendo } -2k^2 + 4k - 5 = 0 \Rightarrow k = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 40}}{-4} = \frac{-4 \pm \sqrt{-24}}{-4} \notin \mathbb{R}.$$

(08) VERDADEIRO.

Representando como A o preço do litro do álcool e como D o do diesel e considerando que $A > D$ e que $4A + kD = kA + D \Rightarrow K(A - D) = 4A - D \Rightarrow$

$$k = \frac{4A - D}{A - D} > 0, \text{ pois sendo } A > D \Rightarrow k \in [0, +\infty[$$

(16) VERDADEIRO.

	Gasolina	Álcool	Diesel
Posto 1	2	1	1
Posto 2	1	4	0
Posto 3	3	0	1

$$\begin{cases} 2G + A + D = 8,80 \\ G + 4A = 10,80 \\ 3G + D = 9,60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2G + A + D = 8,80 \\ 4G + 4A + D = 20,40 \\ 2G + 3A = 11,60 \\ G + 4A = 10,80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5A = 10 \\ A = 2 \\ G = 2,80 \\ D = 1,20 \end{cases}$$

$$A + G + D = 6,00$$

Questão 08

Com relação a um prisma reto de base quadrada, é correto afirmar:

- (01) Cada diagonal de uma face divide-a em dois triângulos congruentes.
- (02) Existem exatamente 8 segmentos que ligam pares de vértices não pertencentes a uma mesma face.
- (04) Dadas duas faces não adjacentes e quatro vértices, dois em cada uma dessas faces, existe um plano que contém esses quatro vértices.
- (08) Dados dois vértices consecutivos, para cada $n \in \{1,3,5,7\}$ existe um caminho poligonal que liga esses vértices e é formado por n arestas, cada uma percorrida uma única vez.
- (16) Se a medida do lado da base e a altura do prisma são números inteiros consecutivos, e o volume é um número primo p , então p é único.
- (32) Existem exatamente 24 pirâmides distintas cujas bases são faces do prisma e cujos vértices são também vértices do prisma.

RESOLUÇÃO:

(01) VERDADEIRO.

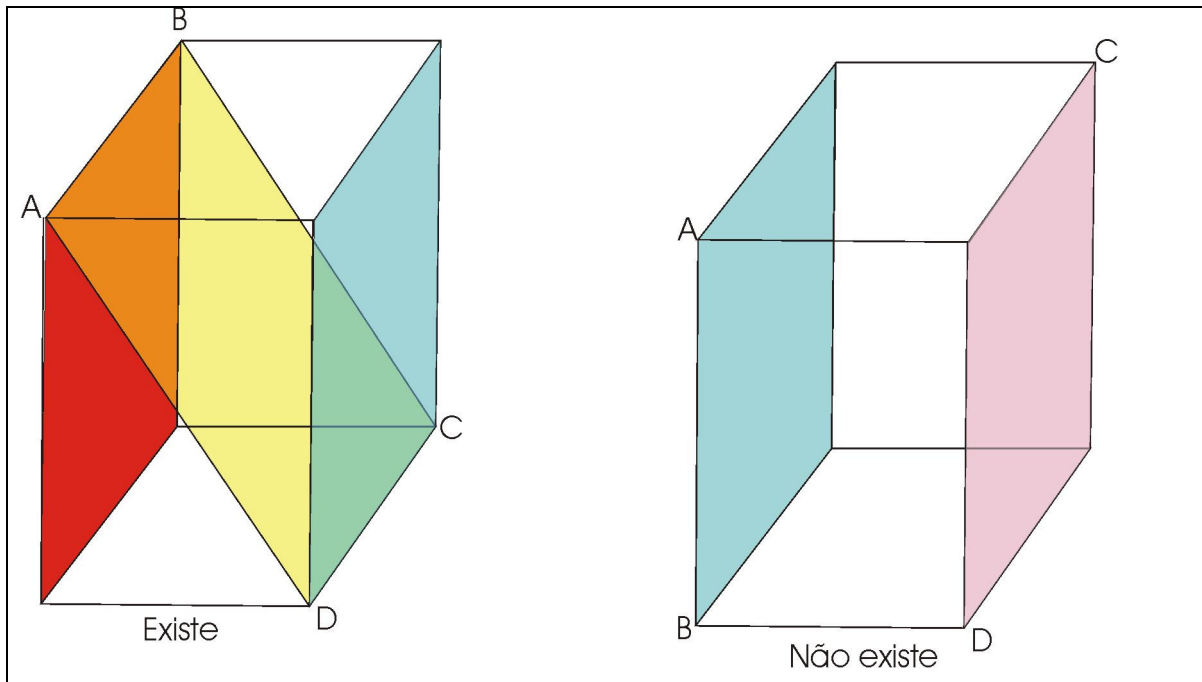
Pois todas as faces do prisma reto de base quadrada são retângulos, logo cada diagonal as divide em dois triângulos congruentes.

(02) FALSO

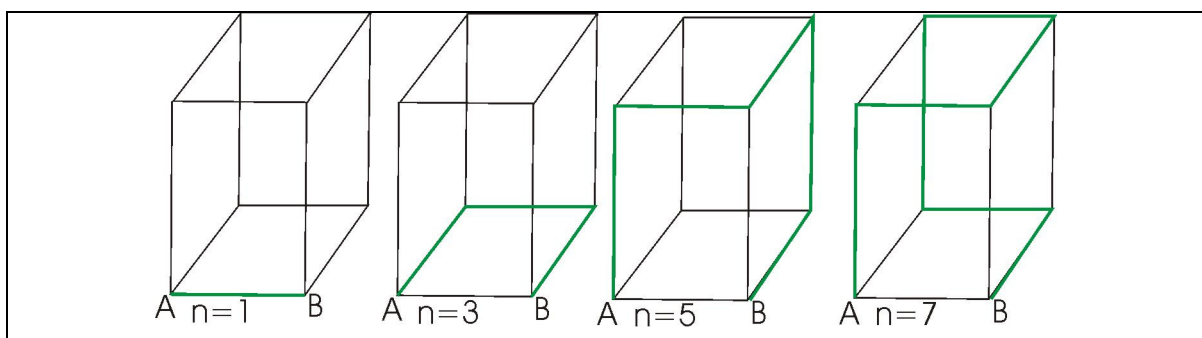
porque os segmentos que ligam os pares de vértices não pertencentes à mesma face são as diagonais do prisma que são em número de:

$$C_8^2 - 12\text{arestas} - 12\text{diagonais das seis faces} = 28 - 24 = 4$$

(04) FALSO



(08) VERDADEIRO

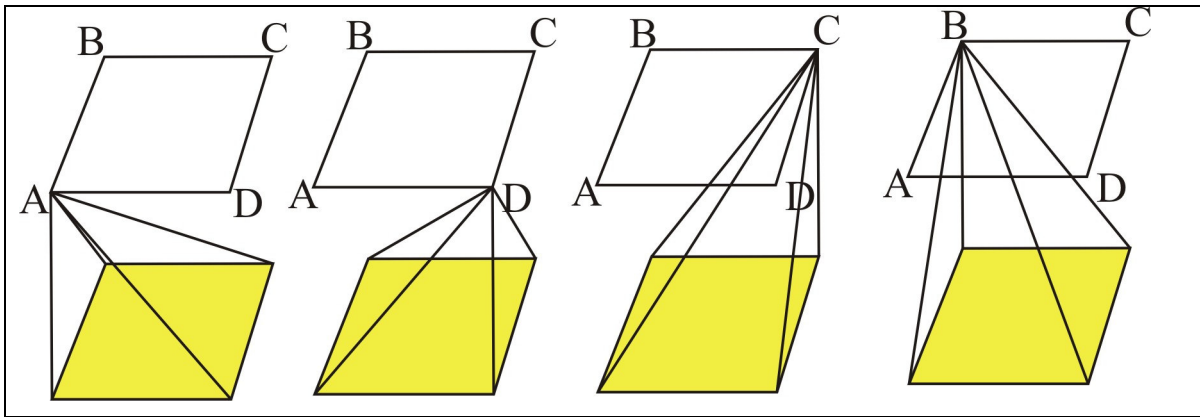


(16) VERDADEIRO

$$b = n \text{ e } h = n+1$$

$V = p = b^2h = n^2(n+1)$ que é um número primo apenas para $n = 1$, para qualquer outro valor natural de n , o produto $p = n^2(n+1)$ é um número composto.

(32) VERDADEIRO



Pela figura acima vemos que cada face determina 4 pirâmides. Como são seis faces, são determinadas exatamente 24 pirâmides.

QUESTÕES 09 e 10

INSTRUÇÃO: Efetue os cálculos necessários e marque o resultado na Folha de Respostas.

Questão 09

Numa disputa entre três times, estabeleceu-se que

- cada time jogaria duas vezes contra os outros dois, sendo uma partida no seu próprio estádio e outra no estádio do adversário;
- cada time ganharia dois pontos por vitória e um ponto por empate, não marcando ponto em caso de derrota;
- ao final das seis partidas, em que estará em disputa um total de 12 pontos, o campeão seria o time que acumulasse o maior número de pontos.

Um dos times somou três pontos nas partidas realizadas no próprio estádio, e outro empatou todas as partidas que disputou.

Sabendo que, ao final de todas as partidas, os times ficaram com pontuações distintas e que a pontuação do campeão foi um número par, determine o produto das pontuações finais dos três times.

RESOLUÇÃO:

O número total de partidas foi de $A_{3,2} = 6$.

A			B			C		
AxB	EMPATE	1	BxA	VITÓRIA	2	CxA	VITÓRIA	2
AxC	EMPATE	1	BxC	EMPATE	1	CxB	VITÓRIA	2

A	B	C	TOTAL
2	4	6	12

O produto pedido é $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$.

Questão 10

Uma senhora teve um filho a cada dois anos, exceto no terceiro parto, quando nasceram duas crianças.

Sabendo que todos os filhos estão vivos e que após o nascimento do último, em qualquer época, o número de filhos vezes a idade dos gêmeos é igual à soma das idades de cada um, determine o número de filhos que essa senhora teve.

RESOLUÇÃO:

Considerando que são m filhos com idades diferentes formando uma progressão aritmética de razão -2 .

Como no terceiro parto nasceram gêmeos, o número total de filhos é $m+1$.

	1º	2º	3º	4º	mº
idade	n	$n-2$	$n-4$	$n-6$	$n-2(m-1)$

$$(m+1)(n-4) = \frac{(2n+2-2m)m}{2} + n-4 \Rightarrow m(n-4) = \frac{(2n+2-2m)m}{2} \Rightarrow$$

$$(n-4) = \frac{(2n+2-2m)}{2} \Rightarrow (n-4) = n+1-m \Rightarrow m = 5.$$

Sendo o número de filhos $m + 1$, então ela teve seis filhos.