

**RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA DA FASE 1 DO VESTIBULAR  
DA UFBA/UFRB-2007  
POR PROFA. MARIA ANTÔNIA CONCEIÇÃO GOUVEIA**

**Questão 01**

Sobre números reais, é correto afirmar:

- (01) Se **a** é o maior número de três algarismos divisível por 7, então a soma de seus algarismos é igual a 22.  
(02) Se **a** é um múltiplo de 3, e **b** é um múltiplo de 4, então **a.b** é múltiplo de 6.  
(04) Se **c = a + b** e **b** é divisor de **a**, então **c** é múltiplo de **a**.  
(08) Se **a** e **b** são números reais tais que  $|a| \leq b$ , então **b** é positivo.  
(16) Para quaisquer números reais **a** e **b**,  $|a - b| \leq |a + b|$ .  
(32) Dados quaisquer números reais **a**, **b** e **c**, se  $a \leq b$ , então  $a.c \leq b.c$ .

**RESOLUÇÃO:**

(01) **VERDADEIRO.**

Seja **a** o maior múltiplo de 7 pertencente ao intervalo  $]100, 1000[$ . Como a divisão  $1000 : 7$  tem quociente 142 e resto 6, então o maior múltiplo de 7 pertencente ao intervalo considerado é  $1000 - 6 = 994$ .

E a soma dos algarismos de 994 é 22.

(02) **VERDADEIRO.**

Sendo **a** um múltiplo de 3, e **b** um múltiplo de 4, então **a.b** é múltiplo de 12, e, portanto múltiplo de 6.

(04) **FALSO.**

Se **b** é divisor de **a**,  $a = k.b$ . Então,  $c = k.b + b = b(k + 1)$ . Logo **c** é múltiplo de **b**.

Exemplo: Considerando  $c = 12$ ,  $a = 8$  e  $b = 4$ ,  $12 = 8 + 4$ . O número 12 não é múltiplo de 8.

(08) **FALSO.**

O número real  $|a|$  é sempre um número real não negativo e sendo  $|a| \leq b$ , então **b** é um número não negativo podendo então ter-se  $a = 0$  e  $b = 0$ .

(16) **FALSO.**

Se **a** e **b** são números reais, sendo  $a > 0$  e  $b < 0$ ,  $|a - b| \geq |a + b|$ .

Tomando-se  $a = 8$  e  $b = -10$ , por exemplo,  $|a - b| = |8 + 10| = 18$  e  $|a + b| = |8 - 10| = 2 \Rightarrow |a - b| > |a + b|$

(32) Falso, pois sendo **a** e **b** quaisquer números reais com  $a \leq b$  e **c** um número negativo, então  $a.c \geq b.c$ .

## Questão 02

Um comerciante compra determinado produto para revender. A diferença entre o preço de venda e o preço de custo, quando positiva, é chamada de “lucro por unidade”. O comerciante estabeleceu um preço de venda tal que o seu lucro seja 50% do preço de custo.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- (01) O lucro total obtido é diretamente proporcional à quantidade vendida.
- (02) O preço de venda é 150% maior que o preço de custo.
- (04) Se o comerciante conceder um desconto de 20% sobre o preço de venda, então terá um lucro de 20% sobre o preço de custo.
- (08) Se o preço de custo aumentar em 10%, e o preço de venda for mantido, então o lucro será 40% do preço de custo após o aumento.
- (16) Se o comerciante fizer uma promoção do tipo “Leve 4 unidades e pague apenas 3”, então isso representará, para o cliente, um desconto total de 25%.
- (32) Se, nos meses de janeiro e fevereiro de 2006, o lucro do comerciante cresceu exponencialmente a uma taxa mensal de 2% em relação ao mês anterior, então, ao final de fevereiro, o lucro foi 4,04% maior que o lucro ao final de dezembro de 2005.

### RESOLUÇÃO:

(01) **VERDADEIRO.**

| OBJETOS | CUSTO | VENDA | LUCRO |
|---------|-------|-------|-------|
| 1       | x     | 1,5x  | 0,5x  |
| 2       | 2x    | 3,0x  | 1,0x  |
| 3       | 3x    | 4,5x  | 1,5x  |
| :       | :     | :     | :     |
| n       | nx    | 1,5nx | 0,5nx |

Quando se multiplica o custo por determinado valor, a venda e o lucro são automaticamente multiplicados pelo mesmo valor, logo as três grandezas são diretamente proporcionais.

(02) **FALSO.**

Se o preço de venda fosse 150% maior que o preço de custo, o preço de venda seria  $2,5nx$  e não  $1,5nx$ .

(04) **VERDADEIRO.**

Concedendo um desconto de 20% sobre o preço de venda, a mercadoria seria vendida por  $0,8 \cdot 1,5x = 1,2x$ . Nesse caso o lucro sobre o preço de custo seria de 20%.

(08) **FALSO.**

Se o preço de custo aumentar em 10%, então o novo custo será de  $1,1x$ . Ficando mantido o preço de venda, então o lucro será de  $(1,5x - 1,1x) = 0,4x$ , ou seja, 40% do custo inicial e não do custo após o aumento.

(16) **VERDADEIRO.**

Na promoção do tipo “Leve 4 unidades e pague apenas 3”, o cliente pagará por 4 objetos **3x ao invés de 4x**, o que lhe dá um desconto no valor de x,

que corresponde a um desconto de  $\frac{x}{4x} = 25\%$ .

(32) **VERDADEIRO.**

| DEZEMBRO/2005 | JANEIRO/2006 | FEVEREIRO/2006 |
|---------------|--------------|----------------|
| L             | 1,02L        | 1,0404L        |

A diferença entre os lucros dos meses de fevereiro e dezembro é de  $1,0404L - L = 0,0404L = 4,04\%L$ .

### Questão 03

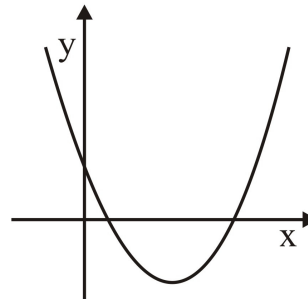
Com base nos conhecimentos sobre funções, é correto afirmar:

(01) Se a função afim  $m(x) = ax + b$ ,  $a \neq 0$ , é crescente, então  $a > 0$  ou  $x > -\frac{b}{a}$ .

(02) Se a função afim  $p(x) = ax + b$ ,  $a \neq 0$ , é decrescente, então a função é negativa para todo  $x < -\frac{b}{a}$ .

(04) Se a função quadrática  $n(x) = ax^2 + bx + c$  é par, então  $b = 0$ .

(08) Se a figura representa um esboço do gráfico da função quadrática  $r(x) = ax^2 + bx + c$ , então b é um número real negativo.



(16) Se a função quadrática  $h(x) = ax^2 + 4x + c$  admite valor máximo 1 no ponto de abscissa -2, então  $c - a = 4$ .

(32) Se a função real  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ , com  $a \neq 0$ , possui apenas duas raízes reais positivas distintas, entre suas raízes, então a função quadrática  $g(x) = ax^2 + bx + c$  possui duas raízes reais positivas distintas.

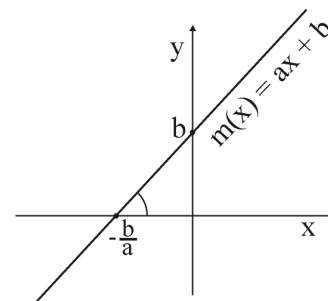
### RESOLUÇÃO:

(01) **VERDADEIRA.**

Considerando o gráfico ao lado como gráfico de  $m(x) = ax + b$ .

Como a função afim  $m(x) = ax + b$ ,  $a \neq 0$ , é crescente, então  $a > 0$ , logo a proposição  **$a > 0$  ou  $x$**

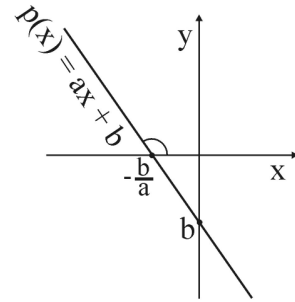
**$> -\frac{b}{a}$**  é verdadeira.



(02) FALSA.

Considerando o gráfico ao lado como gráfico de  $p(x) = ax + b$ .

Se a função afim  $p(x) = ax + b$ ,  $a \neq 0$ , tem como raiz  $x = -\frac{b}{a}$ . então é positiva para todo  $x < -\frac{b}{a}$ .

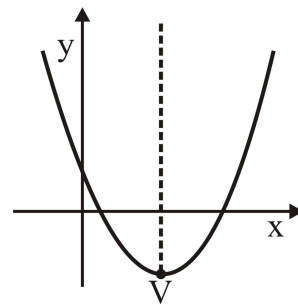


(04) VERDADEIRA.

Se  $b = 0$ , então a função quadrática  $n(x) = ax^2 + bx + c$  é do tipo  $n(x) = ax^2 + c$  que é par, pois nos seus dois termos a variável  $x$  está submetida a expoente par, ou seja,  $f(x) = f(x)$ .

(08) VERDADEIRA.

Se a figura representa um esboço do gráfico da função quadrática  $r(x) = ax^2 + bx + c$ , então  $a > 0$ . A abscissa do vértice da parábola ao lado,  $-\frac{b}{2a} > 0$ . Sendo  $a$  um número positivo,  $2a$  é



positivo e como  $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow -b > 0 \Rightarrow b < 0$ .

(16) VERDADEIRA.

Considere-se as proposições:

1)  $p$ : “a função quadrática  $h(x) = ax^2 + 4x + c$  admite valor máximo 1 no ponto de abscissa  $-2$ ” e

2)  $q$ : “ $c - a = 4$ ”.

Se a função quadrática  $h(x) = ax^2 + 4x + c$  admite valor máximo 1 no ponto de abscissa  $-2$ , então o vértice da função é  $V = (-2, 1)$ .

Sendo  $h(-2) = 1 \Rightarrow a(-2)^2 + 4(-2) + c = 1 \Rightarrow 4a - 8 + c = 1 \Rightarrow c = 9 - 4a \Rightarrow$

$h(x) = ax^2 + 4x + 9 - 4a \Rightarrow \frac{-(16 - 4a(9 - 4a))}{4a} = 1 \Rightarrow -4 + a(9 - 4a) = a \Rightarrow$

$4a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow$  que  **$p$  é uma**

**proposição falsa, pois a função  $h(x)$  admite valor mínimo e não máximo.**

Sendo  $a = 1$ ,  $c = 9 - 4a = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c - a = 4 \Rightarrow$  a proposição  $q$  é verdadeira.

Como  $p$  é uma proposição falsa, conclui-se então que a proposição “Se a função quadrática  $h(x) = ax^2 + 4x + c$  admite valor máximo 1 no ponto de abscissa  $-2$ , então  $c - a = 4$ ” é **verdadeira**, qualquer que seja o valor lógico de  $q$ .

(32) VERDADEIRA.

Se a função real  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ , com  $a \neq 0$ , possui apenas duas raízes reais positivas distintas, entre suas raízes, então a função quadrática  $g(x) = ax^2 + bx + c$  possui duas raízes reais positivas distintas, pois as raízes da função biquadrada

$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ , com  $a \neq 0$ , são as raízes quadradas (e seus simétricos) das duas raízes da função  $g(x) = ax^2 + bx + c$ .

#### Questão 04

A vitamina C é hidrossolúvel, e seu aproveitamento pelo organismo humano é limitado pela capacidade de absorção intestinal, sendo o excesso de ingestão eliminado pelos rins.

Supondo-se que, para doses diárias inferiores a 100mg de vitamina C, a quantidade absorvida seja igual à quantidade ingerida e que, para doses diárias maiores ou iguais a 100mg, a absorção seja sempre igual à capacidade máxima do organismo — que é de 100mg —, pode-se afirmar, sobre a ingestão diária de vitamina C, que são verdadeiras as proposições

(01) Para a ingestão de até 100mg, a quantidade absorvida é diretamente proporcional à quantidade ingerida.

(02) Para a ingestão acima de 100mg, quanto maior for a ingestão, menor será a porcentagem absorvida de vitamina ingerida.

(04) Se uma pessoa ingere 80mg em um dia e 120mg no dia seguinte, então a média diária da quantidade absorvida nesses dois dias foi de 100mg.

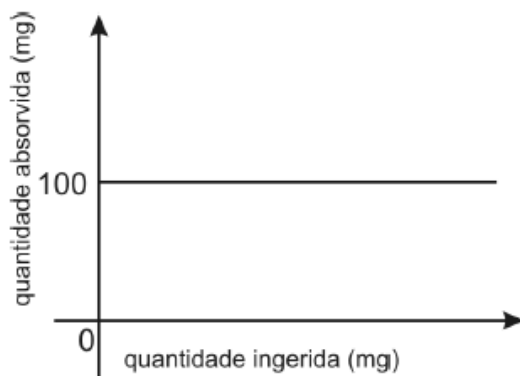
(08) A razão entre a quantidade ingerida e a quantidade absorvida pelo organismo é igual a 1.

(16) A função  $f$  que representa a quantidade de vitamina C absorvida pelo organismo, em função da quantidade ingerida  $x$ , é dada por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 100 \\ 100, & \text{se } x \geq 100 \end{cases}$$

(32) FALSO.

O gráfico abaixo representa a quantidade de vitamina C absorvida pelo organismo em função da quantidade que foi ingerida.



#### RESOLUÇÃO:

(01) **VERDADEIRA.**

Supondo-se que, para doses diárias inferiores a 100mg de vitamina C, a quantidade absorvida seja igual à quantidade ingerida, então para a ingestão de até 100mg, a quantidade absorvida é diretamente proporcional à quantidade ingerida e a razão de proporcionalidade 1.

(02) **VERDADEIRA.**

Para a ingestão acima de 100mg, quanto maior for a ingestão, menor será o percentual da capacidade máxima de vitamina C absorvida pelo organismo em relação à quantidade  $x$  mg ingerida ( quando  $x \geq 100$ ) é  $\frac{100}{x} \leq 1$ . O número  $\frac{100}{x}$  será menor à medida que  $x$  aumenta de valor.

(04) **FALSO.**

Se uma pessoaingere 80mg em um dia seu organismo absorve 80mg e se ingere 120mg no dia seguinte, nesse dia o seu organismo absorve 100mg. A média diária da quantidade absorvida nesses dois dias foi de  $\frac{100+80}{2} = 90\text{mg}$ .

(08) **FALSO.**

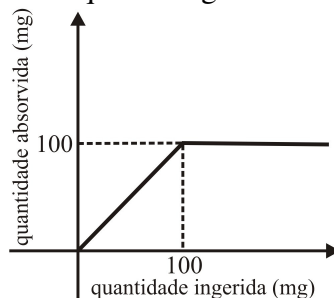
A razão entre a quantidade ingerida e a quantidade absorvida pelo organismo somente é igual a 1 quando ingerir uma quantidade inferior a 100mg.

(16) **VERDADEIRA.** A função  $f$  que representa a quantidade de vitamina C absorvida pelo organismo, em função da quantidade ingerida  $x$ , é dada por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 100 \\ 100, & \text{se } x \geq 100 \end{cases}$$

(32) **FALSO.**

O gráfico abaixo é o que representa a quantidade de vitamina C absorvida pelo organismo em função da quantidade que foi ingerida.



### Questão 05

Considerando-se as funções  $f(x) = x - 2$  e  $g(x) = 2^x$ , definidas para todo  $x$  real, e a função  $h(x) = \log_3 x$ , definida para todo  $x$  real positivo, é correto afirmar:

(01) O domínio da função  $\frac{g}{h}$  é o conjunto dos números reais positivos.

(02) A função  $\frac{f \cdot h}{f \circ g}$  se anula em dois pontos.

(04) A função composta  $h \circ g$  é uma função linear.

(08) O gráfico da função  $h \circ f$  intercepta o eixo  $Ox$  em um único ponto.

(16) O gráfico da função  $f \circ g$  intercepta o gráfico de  $h(x)$  no ponto de abscissa igual a 1.

(32) Se  $g(h(a)) = 8$  e  $h(g(2b)) = \log_3 8$ , então  $\frac{a}{b} = 18$ .

## RESOLUÇÃO:

(01) FALSO.

O domínio da função  $\frac{g}{h} = \frac{2^x}{\log_3 x}$  é a solução do sistema

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ e \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow S = \{x \in \mathbb{R}_+^*, \text{ com } x \neq 1\}$$

(02) FALSO.

Considerando-se as funções  $f(x) = x - 2$  e  $g(x) = 2^x$ , definidas para todo  $x$  real, e a função  $h(x) = \log_3 x$ , definida para todo  $x$  real positivo, é correto afirmar:

$$\frac{f \cdot h}{f \circ g} = \frac{(x-2) \cdot \log_3 x}{2^x - 2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \text{ ou } \log_3 x = 0 \\ 2^x - 2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ou } x = 1 \\ e \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

Considerando-se as funções  $f(x) = x - 2$  e  $g(x) = 2^x$ , definidas para todo  $x$  real, e a função  $h(x) = \log_3 x$ , definida para todo  $x$  real positivo, é correto afirmar:

(04) **VERDADEIRO.**

A função composta  $h \circ g = \log_3(2^x) = x \log_3 2$  é uma função linear.

(08) **VERDADEIRO.**

O gráfico da função  $h \circ f = \log_3(x - 2) = 0 \Rightarrow x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$  intercepta o eixo  $Ox$  em um único ponto  $(3, 0)$ .

(16) **VERDADEIRO.**

$$f \circ g(x) = 2^x - 2 \Rightarrow f \circ g(1) = 2^1 - 2 = 0 \text{ e } h(1) = \log_3 1 = 0 \Rightarrow fog(1) = h(1) = 0$$

(32) **VERDADEIRO.**

$$g(h(a)) = 8 \Rightarrow g(h(a)) = 2^{h(a)} = 8 = 2^3 \Rightarrow h(a) = 3 \Rightarrow \log_3 a = 3 \Rightarrow a = 27.$$

$$h(g(2b)) = \log_3 8 \Rightarrow \log_3(g(2b)) = \log_3 8 \Rightarrow g(2b) = 8 \Rightarrow 2^{2b} = 8 \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}.$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27}{\frac{3}{2}} = 27 \times \frac{2}{3} = 18.$$

### Questão 06

Com base nos conhecimentos sobre matrizes, determinantes e sistemas lineares, é correto afirmar:

(01) Se duas matrizes quadradas de mesma ordem,  $A$  e  $B$ , são simétricas, então a matriz  $(A + B)$  também é simétrica.

(02) Se a matriz  $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & x \end{pmatrix}$  é inversível, então  $x$  é um número racional.

(04) Se  $x$  é um número real não nulo e  $\begin{vmatrix} x & x \\ x^{-1} & 1 \end{vmatrix} = a$ , então  $\begin{vmatrix} x^2 & -x^2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -x^{-1} & x \end{vmatrix} = a^3$ .

(08) Se o sistema linear  $\begin{cases} x - y = b \\ 2x + ay = 3 \end{cases}$  é impossível, então  $b - a \neq \frac{7}{2}$ .

(16) O sistema linear  $\begin{cases} (a+1)x - (a-1)y = b \\ (a-1)x + (a+1)y = c \end{cases}$  é possível e determinado, quaisquer que sejam os valores reais de  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

(32) Existe um número real  $a$ , não nulo, tal que o sistema linear homogêneo  $\begin{cases} x + ay + z = 0 \\ 2x - ay - 3z = 0 \end{cases}$  admite uma única solução.

**RESOLUÇÃO:**

(01) **VERDADEIRO.**

Tomemos os seguintes exemplos de matrizes simétricas  $A = \begin{pmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{pmatrix}$  e

$B = \begin{pmatrix} x & m & n \\ m & y & p \\ n & p & z \end{pmatrix}$ . Determinemos a matriz  $(A+B) = \begin{pmatrix} a+x & d+m & e+n \\ d+m & b+y & f+p \\ e+n & f+p & c+z \end{pmatrix}$  que é

simétrica, pois  $a_{1,2} = a_{2,1}$ ,  $a_{1,3} = a_{3,1}$  e  $a_{2,3} = a_{3,2}$ .

(02) **FALSO.**

Se a matriz  $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & x \end{pmatrix}$  é inversível, então  $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 1 & x \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow x^2 - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2} \Rightarrow x$  pode

ser um número racional ou um número irracional diferente de  $\pm\sqrt{2}$ , ou seja  $x \in \mathbb{R} - \{ \pm\sqrt{2} \}$

(04) **VERDADEIRO.**

$\begin{vmatrix} x & x \\ x^{-1} & 1 \end{vmatrix} = a \Rightarrow x - 1 = a \Rightarrow x = a + 1$ .

$\begin{vmatrix} x^2 & -x^2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -x^{-1} & x \end{vmatrix} = x^3 - 3x^2 - 1 + 3x = (x-1)^3 = (a+1-1)^3 = a^3$

(08) **VERDADEIRO.**

$\begin{cases} x - y = b \\ 2x + ay = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2b \\ 2x + ay = 3 \end{cases}$ . Sendo o sistema dado um sistema linear impossível,

então  $a = -2$  e  $2b \neq 3 \Rightarrow b \neq \frac{3}{2} \Rightarrow b - a \neq \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$



(16) VERDADEIRO.

$$\begin{vmatrix} (a+1) & -(a-1) \\ (a-1) & (a+1) \end{vmatrix} = (a+1)^2 + (a-1)^2 = 2a^2 + 2 \neq 0 \text{ para qualquer valor real de } a.$$

Se  $\begin{vmatrix} (a+1) & -(a-1) \\ (a-1) & (a+1) \end{vmatrix} \neq 0$  para qualquer valor real de  $a$ , então o sistema linear

$$\begin{cases} (a+1)x - (a-1)y = b \\ (a-1)x + (a+1)y = c \end{cases} \text{ é possível e determinado, quaisquer que sejam os valores reais}$$

de  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

(32) FALSO.

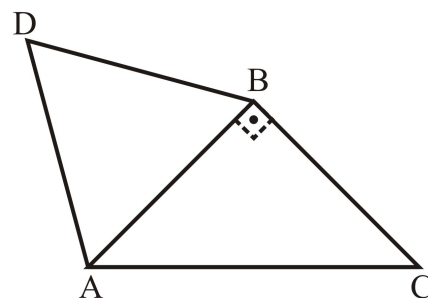
$$\begin{cases} x + ay + z = 0 \\ 2x - ay - 3z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ay + z = 0 \\ 3x - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ay + z = 0 \\ 3x = 2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3ay + 3z = 0 \\ 3x = 2z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3ay = -5z \\ 3x = 2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{5z}{2a} \\ x = \frac{2z}{3} \end{cases} \Rightarrow S = \left( \frac{2z}{3}, -\frac{5z}{2a}, z \right) \Rightarrow$$

que a solução não é única, pois  $z$  é um número real qualquer.

### Questão 07

Considerando-se um triângulo retângulo isósceles ABC, um ponto D tal que  $\overline{AD} = \overline{BD}$  e o ângulo  $\widehat{DBC}$ , que mede  $150^\circ$ , representados na figura, é correto afirmar:



(01) O quadrilátero ADBC é um trapézio.

(02) O triângulo ADB é equilátero.

(04) O ângulo  $\widehat{CAD}$  mede  $105^\circ$ .

(08) A área do quadrilátero ADBC é igual a  $\frac{\overline{AB}^2}{4}(\sqrt{3} + 2)$ .

(16) Se  $x = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}}$ , então  $2 < x < 3$ .

(32) Se  $P(x, y)$  é o ponto de interseção das medianas do triângulo ABC, sendo  $B(2,3)$  e  $C(4, 1)$ , então  $x + y = \frac{11}{3}$ .

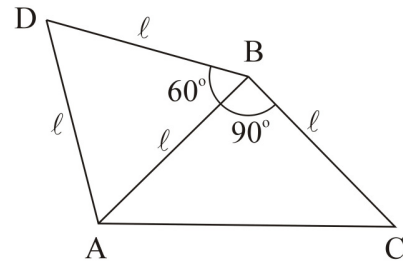
### RESOLUÇÃO:

(01) FALSO.

O quadrilátero ADBC não possui um par de lados paralelos.

(02) **VERDADEIRO.**

Sendo o triângulo ADB isósceles e o ângulo  $\widehat{DBA}$  mede  $60^\circ$ , então ele é equilátero.



(04) **VERDADEIRO.**

O ângulo  $\widehat{CAD}$  mede  $60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$ .

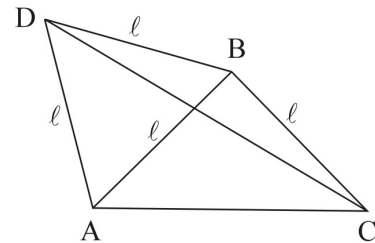
(08) **VERDADEIRO.**

A área S do quadrilátero ADBC é igual à soma das áreas dos triângulos ABD (equilátero) e ABC (retângulo isósceles), logo

$$S = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{\ell^2}{2} = \frac{\ell^2}{4} (\sqrt{3} + 2) = \frac{\overline{AB}^2}{4} (\sqrt{3} + 2).$$

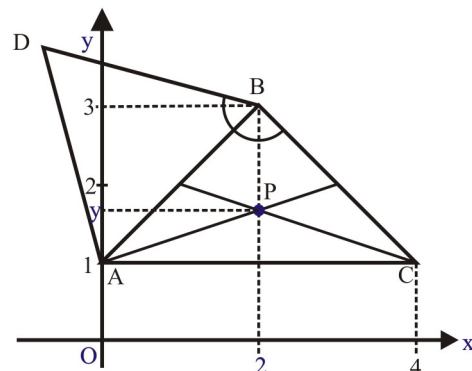
(16) **FALSO.**

No triângulo DBC, isósceles, por uma das propriedades dos triângulos, temos  $\overline{DC} < 2\ell$ . Dividindo os dois membros da desigualdade pela medida  $\overline{AB}$ , vem  $\frac{\overline{DC}}{\overline{AB}} < \frac{2\ell}{\ell} \Rightarrow \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}} < 2$ . Então se  $x = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}}$ , é falso que  $2 < x < 3$ .



(32) **VERDADEIRO.**

Como o triângulo ABC é isósceles, A e C são vértices do lado AC paralelo a Ox e  $C(4, 1)$ , então  $A(0, 1)$ . Sendo  $P(x, y)$  a interseção das medianas,  $x = \frac{2+0+4}{3} = 2$  e  $y = \frac{3+1+1}{3} = \frac{5}{3}$ , e  $x+y = \frac{11}{3}$ .



### Questão 08

Com base nos conhecimentos sobre geometria espacial, pode-se afirmar:

(01) Se uma reta r e um plano  $\alpha$  são paralelos, então toda reta perpendicular à reta r é também perpendicular ao plano  $\alpha$ .

(02) Se um ponto P não pertence a uma reta s, então existe um único plano passando por P, paralelo à reta s.

(04) Se uma reta r está contida em um plano  $\alpha$ , e a reta s é reversa a r, então a reta s intercepta o plano  $\alpha$ .

(08) Se  $\alpha$  e  $\beta$  são dois planos perpendiculares, e r é uma reta perpendicular a  $\alpha$ , que não está contida em  $\beta$ , então r é paralela a  $\beta$ .

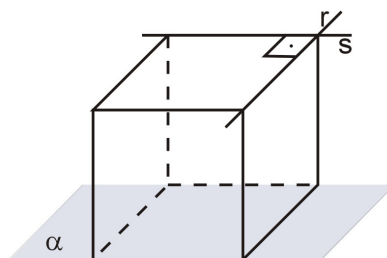
(16) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta de um deles é perpendicular ao outro.

(32) Três planos distintos interceptam-se segundo uma reta ou um ponto.

## RESOLUÇÃO:

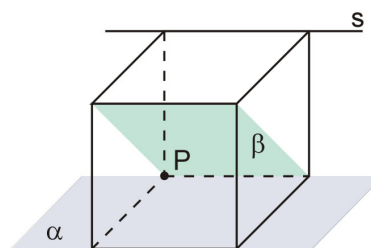
(01) FALSO.

Na figura, ao lado, a reta  $r$  é paralela ao plano  $\alpha$ ; a reta  $s$  é perpendicular à reta  $r$  mas não é perpendicular ao plano  $\alpha$ .



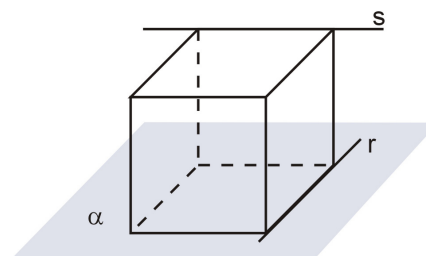
(02) FALSO.

Existem infinitos planos passando pelo ponto  $P$  e paralelo à reta  $s$ . Ver na figura ao lado os planos  $\alpha$  e  $\beta$ , passam ambos pelo ponto  $P$  e são paralelos à reta  $s$ .



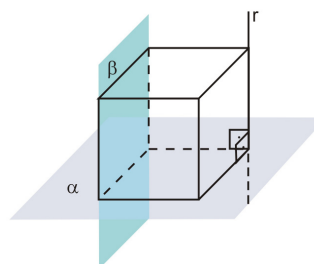
(04) FALSO.

A reta  $r$  está contida no plano  $\alpha$ , e a reta  $s$  é reversa a  $r$ , porém a reta  $s$  é paralela ao plano  $\alpha$ .



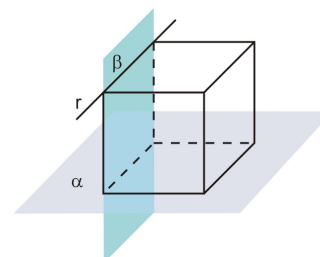
(08) VERDADEIRO.

Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são perpendiculares, e  $r$  é uma reta perpendicular a  $\alpha$ , que não está contida em  $\beta$ , então  $r$  é paralela a  $\beta$ .



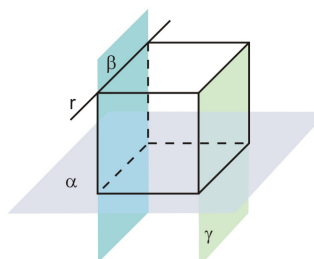
(16) FALSO.

Os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são perpendiculares. A reta  $r$  está contida no plano  $\beta$ , mas não é perpendicular ao plano  $\alpha$ .



(32) FALSO.

Na figura ao lado, a interseção dos três planos distintos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  é um conjunto vazio.

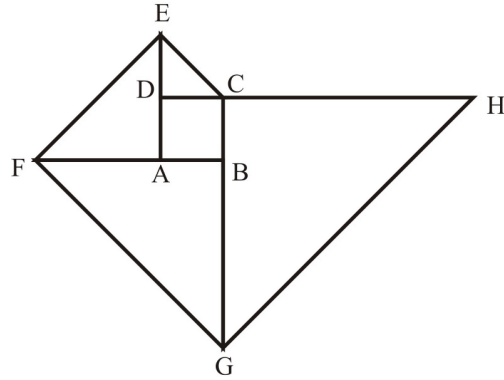


**Questão 09**

Na figura ao lado, todos os triângulos são retângulos isósceles, e ABCD é um quadrado.

Nessas condições, determine o quociente

$$\frac{\overline{GH}}{\overline{CE}}$$

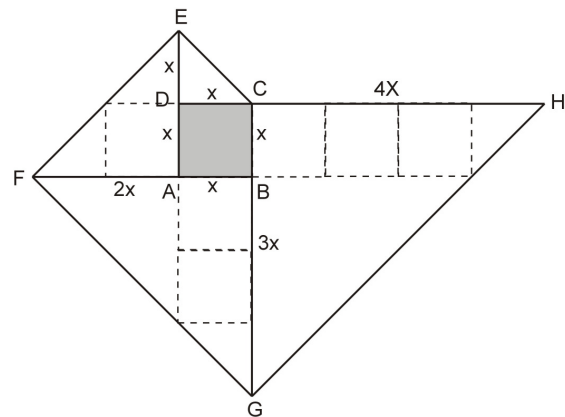


**RESOLUÇÃO:**

Como todos os triângulos são retângulos e isósceles, portanto são semelhantes. As medidas dos catetos do triângulo GCH são o quádruplo das medidas dos catetos do triângulo CED, logo a razão de semelhança

$$\frac{\overline{GH}}{\overline{CE}}$$

é igual a 4.



**RESPOSTA: 4.**

**Questão 10**

Considerando que os números reais a, b e c formam, nessa ordem, uma progressão geométrica e satisfazem a igualdade  $\log_2 a + \frac{1}{\log_b 2} + 2\log_4 c = 9$  determine o valor de b.

**RESOLUÇÃO:**

Se os números reais a, b e c formam, nessa ordem, uma progressão geométrica, então  $b^2 = ac$ .

Como a, b e c satisfazem a igualdade  $\log_2 a + \frac{1}{\log_b 2} + 2\log_4 c = 9$ :

$$\log_2 a + \frac{1}{\log_b 2} + 2\log_4 c = 9 \Rightarrow \log_2 a + \log_2 b + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_2 c = 9 \Rightarrow \log_2 (abc) = 9 \Rightarrow$$

$$abc = 2^9.$$

$$\text{Temos então } \begin{cases} b^2 = ac \\ abc = 2^9 \end{cases} \Rightarrow b \cdot b^2 = 2^9 \Rightarrow b^3 = 2^9 \Rightarrow b = 2^3 = 8$$

**Resposta: 8.**