PROVA DO VESTIBULAR ESAMC-2003-1
RESOLUÇÃO E COMENTÁRIO DA PROFA. MARIA ANTÔNIA GOUVEIA

M A T E M Á T I C A

Q26. O valor da expressão $\dfrac{x^3 - x}{x^3 + 3x^2 + 2x}$ para x = 998 é :

A) 0,998 B) 0,997 C) 0,996 D) 0,995 E) 0,994

RESOLUÇÃO:

$$\frac{x^3 - x}{x^3 + 3x^2 + 2x} = \frac{x(x-1)(x+1)}{x(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{997}{999} = 0{,}997997\ldots \cong 0{,}998$$

RESPOSTA: Alternativa A.

Q27. Sejam A e B números reais positivos tais que $\sqrt{8-\sqrt{60}} = \sqrt{A} - \sqrt{B}$. O valor de A^B é :

A) 125 B) 49 C) 36 D) 25 E) 9

RESOLUÇÃO:

$$\left(\sqrt{8-\sqrt{60}}\right)^2 = \left(\sqrt{A} - \sqrt{B}\right)^2 \Rightarrow 8 - 2\sqrt{15} = A + B - 2\sqrt{AB} \Rightarrow \begin{cases} A + B = 8 \\ AB = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 5 \\ B = 3 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{A^B = 5^3 = 125}$$

RESPOSTA: Alternativa A.

Q28. Quando um automóvel é freado, a distância que ele ainda percorre até parar é diretamente proporcional ao quadrado da sua velocidade. Se um automóvel a 40 km/h é freado e pára depois de percorrer mais 8 metros, se estivesse a 60 km/h, pararia após percorrer mais...

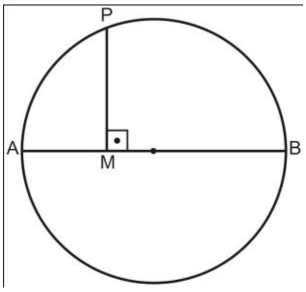
A) 12 metros B) 14 metros C) 16 metros D) 18 metros E) 20 metros

RESOLUÇÃO:

$$\frac{8}{1600} = \frac{d}{3600} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{36} \Rightarrow d = 18$$

RESPOSTA: Alternativa D

Q29. Na circunferência abaixo, AB é um diâmetro e PM é perpendicular a AB. Sobre os segmentos AM, PM e BM, podemos afirmar:



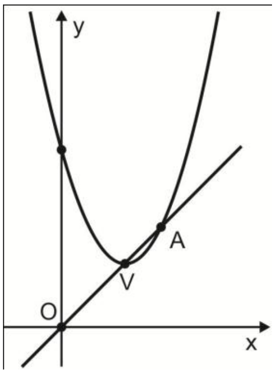
A) PM é média aritmética entre AM e BM
B) AM é média geométrica entre PM e BM
C) AM, PM e BM formam, nessa ordem, uma PA
D) AM, PM e BM formam, nessa ordem, uma PG
E) PM é maior que a média aritmética entre AM e BM

RESOLUÇÃO:

Sendo $PM^2 = AM.MB \Rightarrow$ PM é média geométrica entre AM e MB

RESPOSTA: Alternativa D

Q30. Na figura abaixo estão representadas uma parábola de equação $y = x^2 - 4x + 6$ e uma reta que passa pela origem e pelo vértice da parábola. A razão OV : VA é :



A) 2 : 3 B) 2 : 1 C) 2 : 5 D) 3 : 2 E) 3 : 5

RESOLUÇÃO:

V é o vértice da parábola gráfico da função $y = x^2 - 4x + 6$, então V = $\left(\frac{4}{2}, \frac{-(-8)}{4}\right) = (2,2)$.

A equação da reta que passa pelos pontos (0,0) e (2,2) é y = x.

O ponto A é o 2º ponto de interseção entre os gráficos das funções $y = x^2 - 4x + 6$ e y = x.

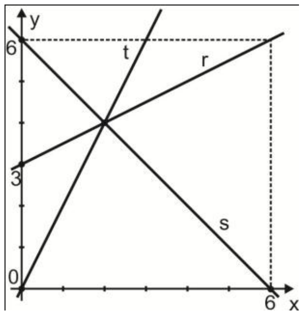
Resolvendo o sistema: $\begin{cases} y = x \\ y = x^2 - 4x + 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 6 = x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 3 \Rightarrow$

A = (3,3).

OV = $\sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$ e VA = $\sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{OV}{VA} = 2 : 1$

RESPOSTA: Alternativa B

Q31. As retas r, s e t do plano cartesiano representam as variações do comprimento, largura e altura de um paralelepípedo reto-retângulo em função da variável x (0 < x < 6). Assinale o polinômio que representa a variação do volume desse paralelepípedo em função de x:

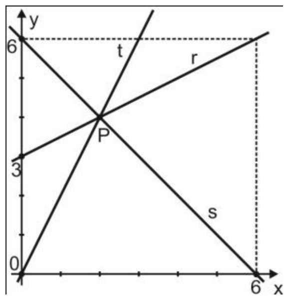


A) $V(x)=x^3-18x^2+6$ B) $V(x)=x^3-12x$ C) $V(x)=-x^3+36x$

D) $V(x)=-x^3+12x-6$ E) $V(x)=x^3-9x^2+18x$

RESOLUÇÃO:

A equação das retas r e s podem ser determinadas resolvendo os falsos determinantes:



$$\begin{vmatrix} 0 & 6 & x & 0 \\ 3 & 6 & y & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6y+3x-6x-18=0 \Rightarrow \text{r}:\ y=\frac{x}{2}+3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 6 & x & 0 \\ 6 & 0 & y & 6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6y+6x-36=0 \Rightarrow \text{s}:\ y=-x+6$$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} y=\dfrac{x}{2}+3 \\ y=-x+6 \end{cases}$ tem-se as coordenadas do ponto P.

$$\begin{cases} y=\dfrac{x}{2}+3 \\ y=-x+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{2}+3=-x+6 \\ 3x=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow p=(2,4)$$

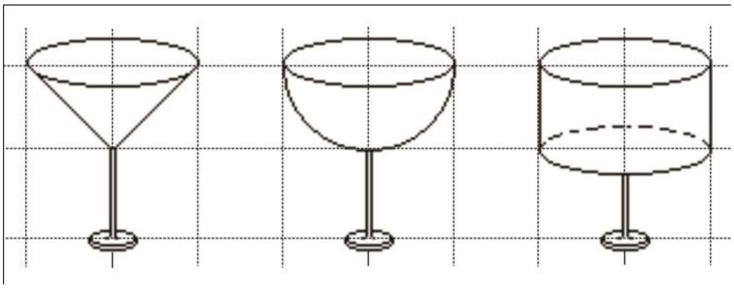
Determinação da equação da reta t:

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & x & 0 \\ 0 & 4 & y & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2y-4x=0 \Rightarrow \text{t}:\ y=2x$$

V = $\left(\dfrac{x}{2}+3\right)$ (–x+6)(2x) = (x^2 + 6x) (–x+6) = –x³ +36x

RESPOSTA: Alternativa C

Q32. Assinale a alternativa que apresenta coerência entre as formas das taças e seus respectivos volumes em litros:



A) 1 litro 2 litros 3 litros

B) 1 litro 2,5 litros 3 litros

C) 1 litro 2 litros 4 litros

D) 2 litros 3 litros 4 litros

E) 2 litros 3 litros 6 litros

RESOLUÇÃO:

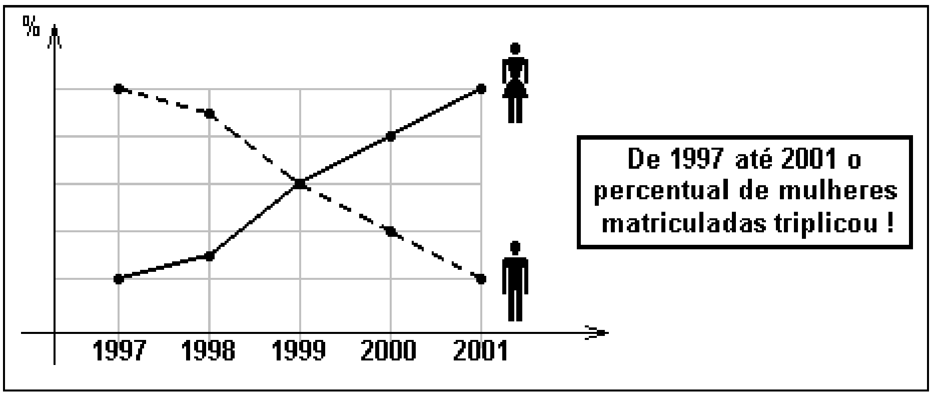
Taça1- Cone de h = r = 1, logo seu volume é: $V_1 = \frac{\pi}{3} \approx 1{,}0466....$;

Taça2 – Hemisfério de raio 1, logo seu volume é: $V_2 = \frac{1}{2}.\frac{4\pi}{3} \approx 2{,}09333....$**;**

Taça3 – Cilindro de h = r = 1, logo seu volume é: $V_3 = \pi \approx 3{,}14$.

RESPOSTA: Alternativa A

Q**33.** O gráfico abaixo foi publicado num boletim de uma escola de informática para ilustrar um texto sobre o crescimento do número de mulheres matriculadas em seus cursos. Supondo que a escala dos percentuais esteja correta e, de acordo com as informações contidas no gráfico, podemos avaliar que:



A) Em 1997 o percentual de homens era o dobro do percentual de mulheres

B) Em 1998 as mulheres representavam 25% do total de alunos

C) Em 2000 o percentual de mulheres já era o dobro do percentual de homens

D) De 1998 a 2000 o percentual de mulheres dobrou

E) De 1999 a 2001 o percentual de mulheres dobrou

RESOLUÇÃO:

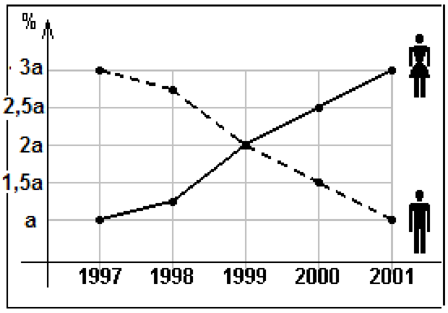
A) Em 1997 o percentual de homens era o triplo do percentual de mulheres.

B) Em 1998 as mulheres representavam $\frac{1{,}25}{1{,}25+2{,}75}=\frac{125}{400}=\mathbf{31{,}25\%}$ do total de alunos.

C) Em 2000 o percentual de mulheres já era $\frac{2{,}5}{1{,}5}=1{,}6666..$ do percentual de homens.

D) Em 2000 o percentual de mulheres passou a ser $\frac{2{,}5}{1{,}25}=2$ vezes o número de 1998.

E) Em 2001 o percentual de mulheres passou a ser $\frac{3}{2}=1{,}5$ vezes o número de 1999.



RESPOSTA: Alternativa D

Q34. Uma urna contém 5 bolas idênticas, numeradas de 1 a 5. Uma bola é retirada da urna aleatoriamente e seu número é observado. Se for um número ímpar essa bola é deixada fora da urna, mas, se for par, ela retorna à urna. Em ambos os casos uma segunda bola é retirada. A probabilidade de que ela apresente um número par é:

A) 32% B) 46% C) 48% D) 52% E) 64%

RESOLUÇÃO:

Bola ímpar	**Bola par**

$\frac{3}{5}.\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$

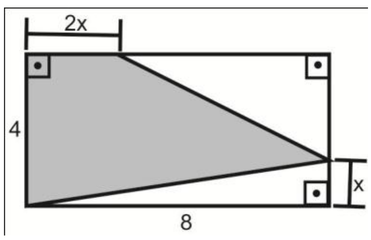
Bola par	**Bola par**

$\frac{2}{5}.\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

A probabilidade de que ela apresente um número par é: $\frac{3}{10}+\frac{4}{25}=\frac{23}{50}=46\%$

RESPOSTA: Alternativa B.

Q35. Na figura abaixo, fazendo-se o valor de x variar de 0 a 4, a área da região sombreada também varia. O valor máximo que essa área poderá ter é:



A) 30 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

RESOLUÇÃO:

S = 32 – $\frac{(8-2x)(4-x)}{2} - \frac{8x}{2}$ = 32 – (4–x)² – 4x = – x² + 4x + 16.

O valor máximo dessa área é: $\frac{-(16+64)}{-4} = 20$

RESPOSTA: Alternativa C.

Q36. Considere as seguintes matrizes:

$$A = (a_{ij})_{5x3} \,/\, a_{ij} = 2i - j$$

$$B = (b_{ij})_{3x7} \,/\, b_{ij} = i + j$$

$$C = (c_{ij})_{5x7} \,/\, C = A.B$$

O elemento c_{23} da matriz C vale :

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

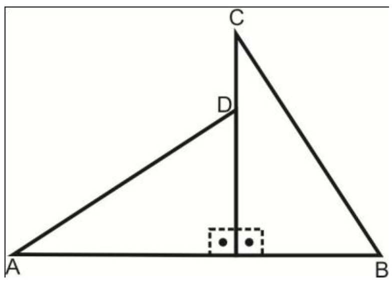
RESOLUÇÃO:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \boldsymbol{3} & \boldsymbol{2} & \boldsymbol{1} \\ 5 & 4 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & \boldsymbol{4} & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & \boldsymbol{5} & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & \boldsymbol{6} & 7 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

C_{23} = 3.4 + 2.5 + 1.6 = 12 +10 + 6 = 28

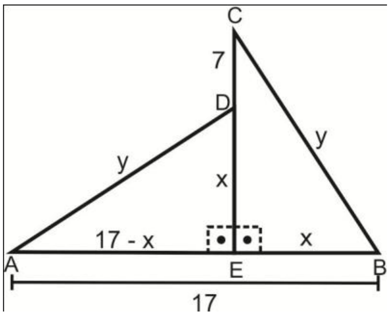
RESPOSTA: Alternativa E.

Q37. O quadrilátero ABCD é formado por dois triângulos retângulos congruentes, como mostra a figura abaixo. Se AB = 17 cm e CD = 7 cm , o perímetro desse quadrilátero é de :



A) 46 cm B) 47 cm C) 48 cm D) 49 cm E) 50 cm

RESOLUÇÃO:



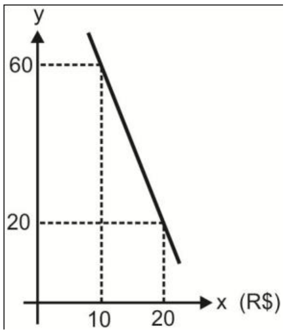
$\{17 - x = 7 + x \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$.

Os lados do triângulo BEC medem y, 5 e 12 $\Rightarrow$ *y² = 25 +144* $\Rightarrow$ *y = 13.*

O perímetro do quadrilátero ABCD é : 2y + 7 + 17 = 26 + 24 = 50

RESPOSTA: Alternativa E.

Q38. Depois de fazer um estudo de mercado, um vendedor elaborou o seguinte gráfico, onde x representa o preço de venda de cada peça e y representa a quantidade de peças vendidas a esse preço num mês. Com base nesse gráfico, ele concluiu que teria o máximo lucro se vendesse cada peça por:



A) R$ 10,00 B) R$ 12,50 C) R$ 14,50 D) R$ 15,00 E) R$ 17,50

RESOLUÇÃO:

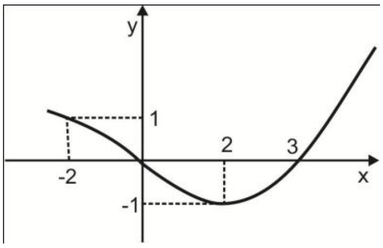
$$\begin{vmatrix} 20 & 10 & x & 20 \\ 20 & 60 & y & 20 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 1200 + 10y + 20x - 20y - 60x - 200 = 0$$

10y = -40x +1000 $\Rightarrow$ y = -4x + 100.

R = yx = x(-4x+100) = -4x² + 100x.

x = $\dfrac{-100}{-8} = 12{,}50 \Rightarrow$ **B.**

Q39. Seja y = f(x) uma função cujo gráfico está representado na figura abaixo. Pode-se afirmar que :



A) f(0) = 1 B) fof(0) = 1 C) fof(2) = 1 D) fof(3) = 1 E) f [2.f(2)] = 1

RESOLUÇÃO:

A) f(0) = 0; B) fof(0) = 0; C) fof(2) = f(–1); D) fof(3) = f(0) = 0; E) f [2.f(2)] = f(2.(–1)) = f(–2) = 1

RESPOSTA: Alternativa E.

Q40. Sendo a e b (b > a) raízes da equação $(\log 2).x^2 - (\log 8).x + \log 4 = 0$, o valor de $\log \frac{a}{b}$ é :

A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

RESOLUÇÃO:

$(\log 2).x^2 - (\log 8).x + \log 4 = 0 \Rightarrow (\log 2).x^2 - (3\log 2).x + 2\log 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow$

x = 2 ou x = 1 $\Rightarrow$ b = 2 e a = 1 $\Rightarrow \log \frac{a}{b} = 0 \Rightarrow$ **RESPOSTA: Alternativa A.**

Q41. Uma gravura retangular mede 20 cm por 30 cm. Deseja-se tirar uma cópia xerox reduzida apenas o suficiente para ela caber totalmente numa moldura de 15 cm por 18 cm. A área da moldura que não será ocupada pela gravura será de:

A) 120 cm^2 B) 95,5 cm^2 C) 86,5 cm^2 D) 67,5 cm^2 E) 54 cm^2

RESOLUÇÃO:

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ e $\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0{,}60 \Rightarrow 15.18 - (0{,}60.20).(0.60.30) = 270 - 216 = 54$

RESPOSTA: Alternativa E.

Q42. Observe as proposições abaixo :

I. $(50\%)^2 = 25\%$

II. $\sqrt{9\%} = 3\%$

III. $3\% + 5\% = 8\%$

IV. $3\% \cdot 5\% = 15\%$

Estão corretas :

A) Apenas I e II B) Apenas II e III C) Apenas I e III

D) Apenas II, III e IV E) Nenhuma delas

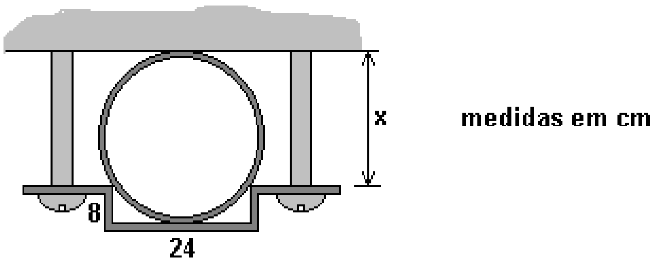
RESOLUÇÃO:

I. $0,5^2 = 0,25 = 25\%$ **(V)** ; **II.** $\sqrt{9\%} = \sqrt{0,09} = 0,3 = 30\% \neq 3\%$ **(F).**

III. (V); **IV.** $0.03 \times 0,05 = 0,0015 = 0,15\% \neq 15\%$ **(F).**

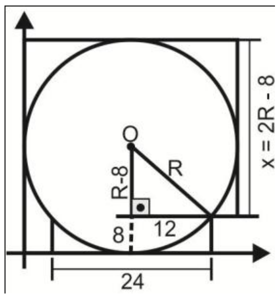
RESPOSTA: Alternativa C.

Q43. Um tubo de aço foi fixado a uma parede por meio de uma presilha retangular, como mostra a figura abaixo. A distância x, da presilha até a parede vale:



A) 16 cm B) 17 cm C) 18 cm D) 19 cm E) 20 cm

RESOLUÇÃO:



$R^2 = (R-8)^2+12^2 \Rightarrow R^2 = R^2 - 16R+64+144 \Rightarrow 16R = 208 \Rightarrow R = 13 \Rightarrow x = 2R-8 = 26-8 = 18$

RESPOSTA: Alternativa C.

Q44. Efetue a subtração $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ e utilize o resultado para calcular a soma

$$S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \cdots + \frac{1}{99.100}$$. O valor dessa soma é:

A) 0,99 B) 0,999 C) 1 D) 0,9 E) 0,89

RESOLUÇÃO:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \ldots\ldots - \frac{1}{99}\right) + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) =$$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \ldots\ldots + \left(-\frac{1}{99} + \frac{1}{99}\right) - \frac{1}{100} = +1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$$

RESPOSTA: Alternativa A.

Q45. O triângulo retângulo ABC está, inicialmente, na posição representada na figura abaixo. Após sofrer uma rotação em torno do vértice C, de modo que o vértice A passe para a posição A' , as novas coordenadas do vértice B serão :

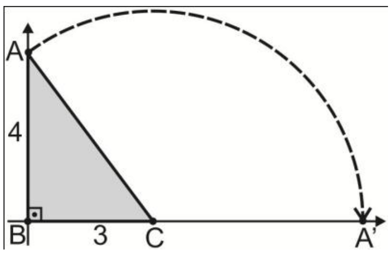
A) (4,8 ; 2,0)

B) (5,0 ; 2,0)

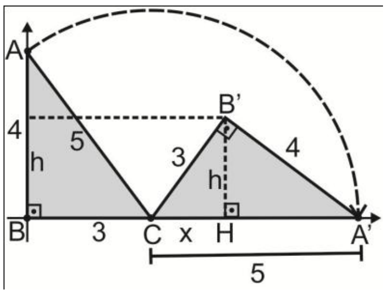
C) (5,0 ; 2,4)

D) (4,8 ; 2,4)

E) (4,2 ; 2,5)



RESOLUÇÃO:



Em todo triângulo retângulo sendo h a altura relativa à hipotenusa, vale a h = bc ⇒ 5h = 12 ⇒ h = 2,4.

Como b² = a.m ⇒ 9 = 5 x ⇒ x = 1,8 ⇒ as coordenadas de B' são 3+1,8 e 2,4

RESPOSTA: Alternativa D.