RESOLUÇÃO DA PROVA DO VESTIBULAR UFBA-2004- FASE I
Pela PROFESSORA MARIA ANTÔNIA GOUVEIA

A PROVA ORIGINAL ENCONTRA-SE NO SITE DA UFBA, CUJO ENDEREÇO É:
http://www.vestibular.ufba.br/provas2004.html

QUESTÃO 01

Considere as sentenças:

p: "Todo país em desenvolvimento possui dívida externa";

q: "Todo país economicamente independente não possui dívida externa";

r: "Nenhum país em desenvolvimento é economicamente independente";

e os conjuntos

X = {países em desenvolvimento}

Y = {países que possuem dívida externa}

Z = {países economicamente independentes}.

Nessas condições, pode-se afirmar:

(01) A negação da sentença p é: " Algum país em desenvolvimento não possui dívida externa".

Verdadeiro. A negação da sentença p é: "Existe país em desenvolvimento não possui dívida externa"

(02) "Existe país economicamente independente que possui dívida externa e nenhum país em desenvolvimento é economicamente independente" é equivalente a $q \rightarrow r$.

Falso.

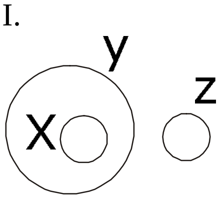
$\sim q \wedge r$ não equivale a $q \rightarrow r$.

(04) $p \wedge r \vdash q$ é válido.

Falso.

Se p: "Se Todo país em desenvolvimento possui dívida externa"

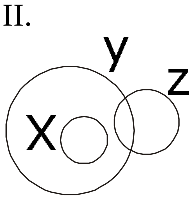
I.



e r: "Nenhum país em desenvolvimento é economicamente independente"

então q: "Todo país economicamente independente não possui dívida externa".

II.

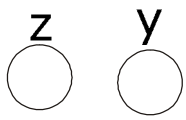


Falso, porque $Z \cap Y$ pode ser um conjunto vazio ou não.

(08) $q \wedge r \vdash p$ não é válido.
Verdadeiro.

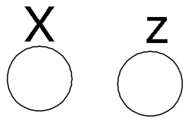
Se **q**: "Se todo país economicamente independente não possui dívida externa" **e**

I.

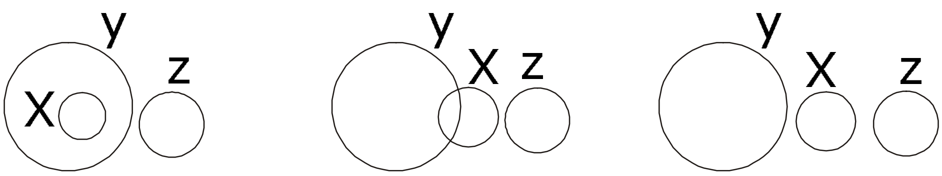


r : "Nenhum país em desenvolvimento é economicamente independente"

II.

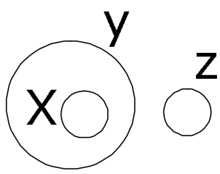


então não é válido p: "Todo país em desenvolvimento possui dívida externa"



Vemos que tanto pode acontecer $X \subset Y$ ou $X \not\subset Y$.

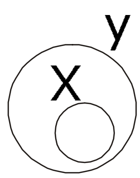
(16) A representação em diagrama de Venn do argumento $p \wedge q \vdash r$ é



Verdadeiro.

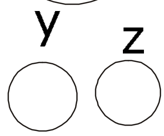
Se p: "Se Todo país em desenvolvimento possui dívida externa"

I.



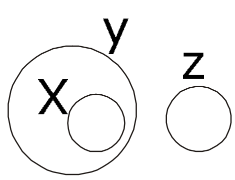
e q: "Todo país economicamente independente não possui dívida externa"

II.



então r: "Nenhum país em desenvolvimento é economicamente independente"

III.



2	5

QUESTÃO 02

Sobre números reais, é verdade afirmar:

(01) Se x = 0,666..., y = -1,333... e z = 12,444... então $\frac{z}{x-y} = 6{,}222...$.

Verdadeiro:

$$\frac{z}{x-y} = \frac{12{,}444...}{0{,}666... + 1{,}333...} = \frac{12{,}444...}{1{,}999...} = \frac{12{,}444...}{2} = 6{,}222...$$

(02) O valor da expressão $\sqrt[3]{\left(-5-2\sqrt{6}\right)\left(-5+2\sqrt{6}\right)}$ é um número irracional.

Falso:

$$\sqrt[3]{\left(-5-2\sqrt{6}\right)\left(-5+2\sqrt{6}\right)} = \sqrt[3]{25-24} = 1$$

(04) Se x<0, então $\sqrt{x^2}$ =-x.

Verdadeiro:

Sendo $\sqrt{x^2} = |x|$ e como x < 0 $\Rightarrow$ $\sqrt{x^2}$ = $|x| = -x$.

(08) Dividindo-se o número 34 em partes inversamente proporcionais a 1,2 e 5, obtêm-se os valores x, y e z, respectivamente, tais que 3yz = 5x.

Falso:

Como x, y e z são inversamente proporcionais a 1, 2 e 5 e considerando a um número real não nulo $\Rightarrow$ x =a, y = $\frac{a}{2}$ e z = $\frac{a}{5}$.

Temos assim: a + $\frac{a}{2}$ + $\frac{a}{5}$ = 34 $\Rightarrow$ $10a + 5a + 2a = 340$ $\Rightarrow$ a = 20.

Logo: x = 20, y = 10 e y = 4.

A questão afirma que os valores de x, y e z devem satisfazer 3yz = 5x.

Verifiquemos: 3.10.4 $\neq$ 5.20.

(16) Se em uma progressão aritmética de sete termos, a soma é igual a 133, então o termo médio é igual a 19.

Verdadeiro:

Numa progressão aritmética com quantidade ímpar de termos, a soma de dois termos eqüidistantes é sempre igual a um mesmo número, bem como, ao dobro do termo médio.

Sendo $\frac{(a_1 + a_7).7}{2} = 133 \Rightarrow (a_1 + a_7).\,7 = 133.\,2 \Rightarrow a_1 + a_7 = 19.2$ = 38.

O termo médio é o $a_4 \Rightarrow$ 2. a_4 = 38 $\Rightarrow$ a_4 = 19.

(32) A equação $(x-1)^2$ = x-1 possui duas raízes distintas.

Verdadeiro:

$(x-1)^2$ - (x-1) $\Rightarrow$ (x-1)(x-1-1) = 0 $\Rightarrow$ x = 1 ou x = 2.

5	3

QUESTÃO 03

Considerando-se as funções f, g e h, com domínio R, definidas pelas equações f(x) = x –2, g(x) = x² - x – 2 e h(x) = 3^x, pode-se afirmar:
Sobre números reais, é verdade afirmar:

(01) $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{1}{x+1}$, para $\in$ x **R**.

Falso:
$\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow \dfrac{x-2}{x^2-x-2} = \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow \dfrac{x-2}{(x+1)(x-2)} = \dfrac{1}{x+1}$ que será verdadeira para $x \neq -1$ ou $x \neq 2$ (Pois estes dois valores anulam o denominador).

(02) Se x_1, $x_2 \in$ **R** são tais que $g(x_1) = g(x_2)$, então $x_1 = x_2$ ou $x_1 + x_2 = 1$.

Verdadeiro:
Numa função quadrática qualquer, se dois números reais $x_1 \neq x_2$ são tais que suas imagens são iguais, então $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$.
Logo, em g(x) = x² - x – 2, se x_1, $x_2 \in$ **R** são tais que $g(x_1) = g(x_2)$, então $x_1 + x_2 = 1$.

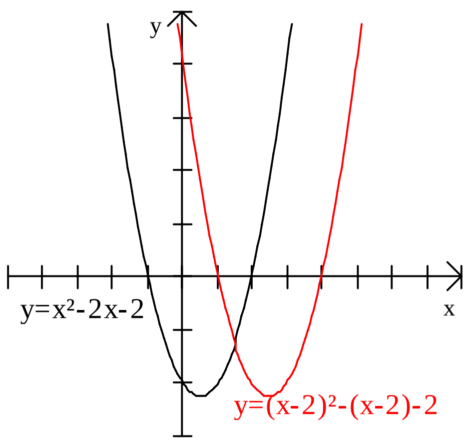
(04) A imagem da função composta g o f.é o intervalo $\left[-\dfrac{9}{4}, +\infty\right[$.

Verdadeiro:
g o f = (x –2)² - (x –2) – 2 = x² - 5x +4.
$y_v = \dfrac{-\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = \dfrac{-(25-16)}{4} = -\dfrac{9}{4}$. Sendo a>0 $\Rightarrow$ Im(g o f) = $\left[-\dfrac{9}{4}, +\infty\right[$.

(08) O gráfico da função g o f pode ser obtido a partir do gráfico de g, transladando-o duas unidades para a direita.

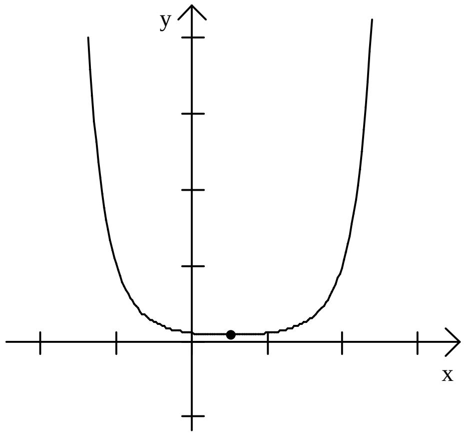
Verdadeiro:

g o f = (x –2)² - (x –2) – 2

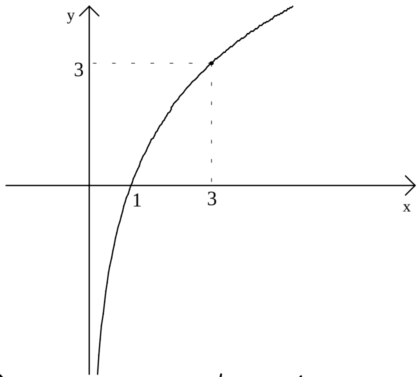


(16) A função composta $h \circ g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ é crescente.
Falso:

$h \circ g = 3^{x^2-x-2}$.
Fazendo o gráfico desta função:

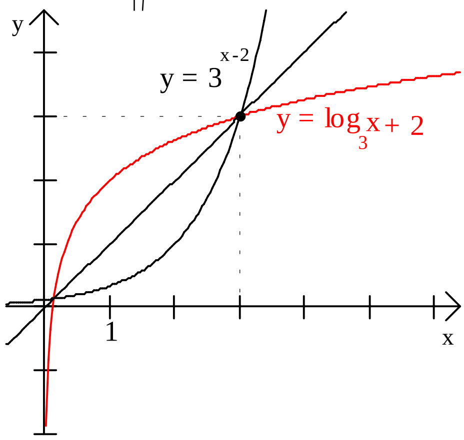


(32) A função composta $h \circ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ é bijetora e a figura ao lado representa um esboço do gráfico de sua inversa .
Falso:



A função composta $h \circ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ é bijetora (**V**) e o esboço do gráfico de sua inversa é a figura ao lado (**F**).

$h \circ f = 3^{x-2}$.
$x = 3^{y-2} \Rightarrow y-2 = \log_3 x \Rightarrow$
$(h \circ f)^{-1} = \log_3 x + 2$
O esboço do gráfico de $(h \circ f)^{-1} = \log_3 x + 2$ está ao lado traçado de vermelho.
Observe que os gráficos de $h \circ f = 3^{x-2}$ e de $(h \circ f)^{-1} = \log_3 x + 2$ são simétricos em relação à primeira bissetriz.



1	4

QUESTÃO 04

Um aparelho eletro doméstico está à venda pelo preço de R$300,00, numa loja que oferece as seguintes opções de pagamento:

Plano A: à vista, com 5% de desconto;

Plano B: pagamento no prazo de um mês, sem desconto nem acréscimo;

Plano C: pagamento no prazo de dois meses, com juros compostos de 5% ao mês.

Uma segunda loja vende o mesmo aparelho por um preço 5% mais caro que a anterior, mas oferece um desconto de 10% à vista.

Com base nessas informações, é correto afirmar que, se um cliente

Plano A: V = 0,95.300 = 285,00.
Plano B: V = 300,00.
Plano C: V = 300. $(1,05)^2$ = 330,75.
Outra loja: V = 0,90.(300.1,05) = 283,50.

(01) optar pelo plano B, pagará 5% a mais que, que outro que optar pelo plano A .

Falso:

$$\frac{300-285}{285}=\frac{15}{285}=0{,}05263\ldots=5{,}26\%\,.$$

(02) preferir o pagamento à vista, será mais vantajoso comprar na segunda loja.

Verdadeiro:

Porque na segunda loja pagará R$ 1,50 a menos.

(04) optar pelo plano C, pagará um valor maior que R$330,50 .

Verdadeiro:

Pois pagará R$ 330,75.

(08) aplicar, no dia da compra, a uma taxa de 7% ao mês, o dinheiro que usaria para o pagamento à vista no plano A, após dois meses terá o suficiente para o pagamento do valor correspondente ao plano C.

Falso:

$(1,07)^2.285 = 326,2965 < 330,75$.

(16) comprar dois aparelhos à vista, um em cada loja, a média dos preços dos aparelhos será inferior a R$285,00.

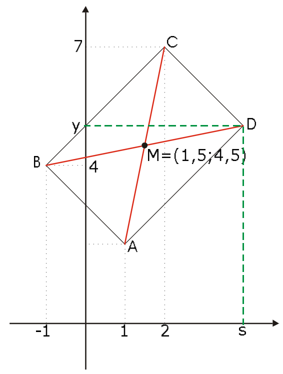
Verdadeiro:

$$\frac{283{,}50+285{,}00}{2}=\frac{568{,}50}{2}=284{,}25.$$

2	2

QUESTÃO 05

Considerando-se os pontos A=(1,2), B=(-1,4) e C=(2,7) no plano cartesiano, é válido afirmar:



(01) Se A, B, C e D são, nessa ordem, vértices de um retângulo, então o produto das coordenadas de D é 20.

Verdadeiro:

M é o ponto médio das diagonais BD e AC.

$x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2} = 1{,}5 \Rightarrow -1 + x_D = 3 \Rightarrow x_D = 4$.

$y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2} = 4{,}5 \Rightarrow 4 + y_D = 9 \Rightarrow y_D = 5$.

Então $x_D.y_D = 20$.

(02) A área do triângulo ABC é igual a 6 u. a.

Verdadeiro:

A área do triângulo ABC é igual a:

$$\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 7 & 2 \end{matrix}\right\| = \frac{1}{2}\left|4 - 7 + 4 - 7 - 8 + 2\right| = \frac{1}{2}(12) = 6.$$

(04) O ponto médio do segmento BD pertence à reta $y=x+\dfrac{21}{5}$.

Falso:

Se o ponto médio BD, M = (1,5;4,5) pertence à reta $y=x+\dfrac{21}{5}$, então devemos ter: $4{,}5 = 1{,}5 + \dfrac{21}{5} \Rightarrow 4{,}5 = 1{,}5 + 10{,}5$ (**o que é falso**).

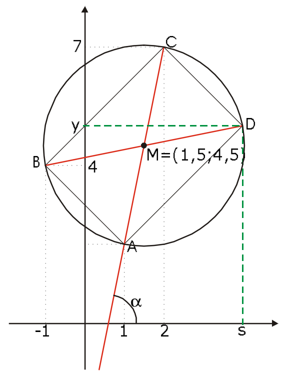
(08) A circunferência de centro $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{9}{2}\right)$.e o raio $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$ está circunscrita ao retângulo ABCD.

Verdadeiro:

O segmento AD é um dos diâmetros da circunferência circunscrita ao retângulo ABCD.

Então o raio da circunferência é : $\frac{1}{2}\sqrt{(1-2)^2+(2-7)^2}=$

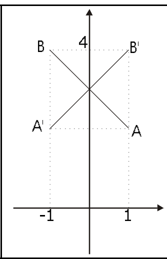
$=\frac{1}{2}\sqrt{1+25}=\frac{\sqrt{26}}{2}$.



(16) O coeficiente angular da reta AC é positivo.
Verdadeiro:
Na figura acima vemos que o ângulo α formado pela reta AC e o eixo Ox é agudo, logo sua tangente (o coeficiente angular) é positivo.

(32) O simétrico do segmento AB, em relação ao eixo Oy, está contido no 2º quadrante.

Falso: Como justifica a figura ao lado o segmento A′B′ não está contido no 2º quadrante.



2	7

QUESTÃO 06

Uma empresa de microcomputadores vende alguns produtos em pacotes, de acordo com a tabela a seguir:

	Monitor (unidade)	Processador (unidade)	Gravador (unidade)	Preço em reais
Pacote 1	2	1	3	2736
Pacote 2	1	0	2	840
Pacote 3	1	2	0	2952

Com base nos dados acima e considerando-se que o preço unitário de cada produto independe do pacote, pode-se afirmar:

(01) A soma dos preços de uma unidade de cada produto é um múltiplo de 8.

Consideremos como x o preço de 1 monitor, y o preço de um processador e z o preço de um gravador.

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 2736 \\ x + 2z = 840 \\ x + 2y = 2952 \end{cases}$$

Verdadeiro:
Somando membro a membro as duas últimas equações:
2x+2y+2z = 3792 $\Rightarrow$ x+y+z = 1896 = 8.237.

(02) é possível que o preço de um monitor seja menor que R$300,00.
Verdadeiro:
Se x < 300 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{de } 2x + y + 3z = 2736 \Rightarrow y + 3z > 2136 \\ \text{de } x + 2z = 840 \Rightarrow 2z > 540 \\ \text{de } x + 2y = 2952 \Rightarrow 2y > 2652 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + 3z > 2136 \\ \begin{pmatrix} z > 270 \\ y > 1326 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \{ y + 3z > 2136$$

(04) O preço do gravador é maior que R$420,00.
Falso:

$$\text{Se } z > 420 \Rightarrow \begin{cases} \text{de } 2x + y + 3z = 2736 \Rightarrow 2x + y < 1476 \\ \text{de } x + 2z = 840 \Rightarrow x < 0 \end{cases}$$

(08) Se o preço de um monitor é igual a R$400,00, então a soma dos preços unitários de cada um dos outros produtos é um número divisível por 5.
Falso:
Se x = 400 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{de } 2x + y + 3z = 2736 \Rightarrow y + 3z = 1936 \\ \text{de } x + 2z = 840 \Rightarrow 2z = 440 \Rightarrow z = 220 \end{cases} \Rightarrow y = 1936 - 660 = 1276.$$

y+z = 1496.

(16) Se A é uma matriz 2×3, formada com as duas primeiras linhas e as três primeiras colunas da tabela, e B é a matriz 3×2, formada com as três linhas e as duas primeiras colunas, então A.B = $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

Verdadeiro:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A.B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4+1+3 & 2+6 \\ 2+2 & 1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

1	9

QUESTÃO 07 ***Resolvi esta questão levando em consideração as observações do seguinte edital da UFBA:***

Serviço Público Federal

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

SERVIÇO DE SELEÇÃO, ORIENTAÇÃO E AVALIAÇÃO

CONCURSO VESTIBULAR 2004 – 1ª FASE

ANULAÇÃO DA QUESTÃO 07 - PROVA DE MATEMÁTICA

Veja o Gabarito

Devido a problemas técnicos na formulação da Questão, quanto à informação sobre a estimativa da PEA, que deveria constar no enunciado geral, e não na proposição (01), pois a mesma é necessária para determinar se as alternativas (08) e (16) são verdadeiras ou falsas, o SSOA/UFBA decide ANULAR a Questão.

NELSON ALMEIDA E SILVA FILHO

DIRETOR DO SSOA / UFBA

Define-se a População Economicamente ativa (PEA) de uma região como o número de indivíduos com idade igual ou superior a dez anos, enquadrados numa das situações Ocupado ou Desempregado. A Taxa de Desemprego Total é então definidas como a razão (expressa em termos percentuais) entre o número de desempregados e a PEA.

A Taxa de Desemprego Total na Região Metropolitana de Salvador (RMS), no mês de maio de 2003, foi de aproximadamente 30%.

Fonte: Bahia Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais (SEI). Pesquisa de emprego e desemprego. Disponível em :<http:/www.ba.gov.Br.>Acesso em 25 jul.2003.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

(01) Sabendo-se que, no mês de maio de 2003, a PEA foi estimada em 1 662 000, o número estimado de desempregados situa-se entre 490 000 e 500 000.

Verdadeiro:

0.30.1662000 = 498600

(02) Mais de $\frac{2}{3}$ dos indivíduos do PEA são classificados como ocupados.

Verdadeiro:

$\frac{2}{3}$ =0,66666... = 66,66% < 70%

(04) Se a PEA representa y% da população da RMS, o contingente de desempregados, no mês de maio de 2003, corresponde a 0,3y% da população da RMS.

Verdadeiro:

Como a Taxa de Desemprego Total na Região Metropolitana de Salvador (RMS), no mês de maio de 2003, foi de aproximadamente 30% e sendo que a PEA representa y% da população da RMS, então é verdade que o contingente de desempregados, mo mês de maio de 2003, corresponde a 0,3y% da população da RMS.

(08) Se no mês de junho de 2003, não houver variação na PEA e a taxa de desemprego total diminuir meio ponto percentual (passando para, aproximadamente, 29,5%), haverá um acréscimo aproximado de 8 310 pessoas ocupadas com mais de dez anos de idade.

Verdadeiro:

1 662 000 .0,295 = 490290

498600 - 490290 = 8310.

(16) Sabendo-se que a Taxa de Desemprego Total e a PEA (aproximadas), referentes ao mês de abril, foram 29% e 1 645 000, respectivamente, pode-se estimar em 5 500 o aumento do número de desempregados em maio, com relação a abril.

Falso:

498600-0,29.1645000= 21550

1	5

QUESTÃO 08

Uma escola de Ensino Médio – com 20 alunos na primeira série, 30 alunos na segunda e 40 na terceira – organiza um torneio de tênis. Na primeira fase, cada aluno jogará duas partidas contra dois adversários distintos escolhidos de acordo com as seguintes regras que levam em consideração a série que está cursando e sua média escolar, comparada com a média de cada um dos demais alunos da escola:

- para primeiro adversário, um aluno com média escolar superior à sua;
- para segundo adversário, outro aluno que esteja cursando a sua mesma série, ou outra mais adiantada.

Fica excluído dessas regras apenas o único aluno que obteve a maior média escolar. Este aluno, que cursa a terceira série, poderá escolher

livremente seus adversários. Classifica-se para a segunda fase cada aluno que vencer as duas partidas disputadas.
Considerando-se que não há a possibilidade de empate no jogo de tênis, que a probabilidade de um aluno ganhar de outro da mesma série é igual a $\frac{1}{2}$, e a de ganhar de outro de série mais avançada é igual a $\frac{1}{3}$, é correto afirmar que, se um aluno

(01) com a segunda maior média está na terceira série, então ele pode escolher seus adversários de 38 maneiras distintas.
Verdadeiro:
Pela regra 1 obrigatoriamente o seu primeiro adversário será o aluno de maior média (que é da sua mesma série). Pela regra 2, o seu segundo adversário será escolhido entre os 38 alunos restantes, já que a sua turma é composta de 40 alunos.

(02) com a segunda maior média está na terceira série, sua probabilidade de classificação é igual a $\frac{1}{4}$.
Verdadeiro:
$\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(04) com a segunda maior média está na segunda série, então ele pode escolher seus adversários de 69 maneiras distintas.

Falso:
Pela regra 1 obrigatoriamente o seu primeiro adversário será o aluno de maior média (que está na terceira série). Pela regra 2, o seu segundo adversário será escolhido entre os 68 alunos restantes, já que seus adversários devem ser escolhidos entre os alunos da 2ª ou 3ª série, um total de 70 alunos, dos quais são excluídos ele mesmo e o aluno de maior média.

(08) com a segunda maior média está na segunda série, então, a depender de sua escolha, sua probabilidade de classificação é igual a $\frac{1}{6}$ ou a $\frac{1}{9}$.
Verdadeiro:
Pela regra 1 obrigatoriamente o seu primeiro adversário será o aluno de maior média (que está na terceira série), sua probabilidade de ganhar este primeiro jogo será de $\frac{1}{3}$. Pela regra 2, o seu segundo adversário será

escolhido entre os alunos da sua série (probabilidade de ganhar será de $\frac{1}{2}$) ou da 3ª série (probabilidade de ganhar será de $\frac{1}{3}$) .
Assim a sua probabilidade de classificação será:
$\frac{1}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$.

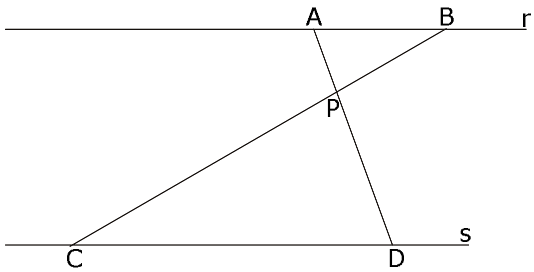
(16) tem a menor média em relação a todos os demais e está na primeira série, então ele pode escolher seus adversários de 7835 maneiras distintas.
Falso:
Pela regra 1 obrigatoriamente o seu primeiro adversário será um dos alunos que tem maior média que ele (90-1=89 alunos). Pela regra 2, o seu segundo adversário será escolhido entre os alunos restantes (89-1=88 alunos).
Logo um total de 89.88= 7832 maneiras diferentes.

1	1

QUESTÕES 09 e 10.

Instrução : Efetue os cálculos necessários e marque o resultado na Folha de Respostas.

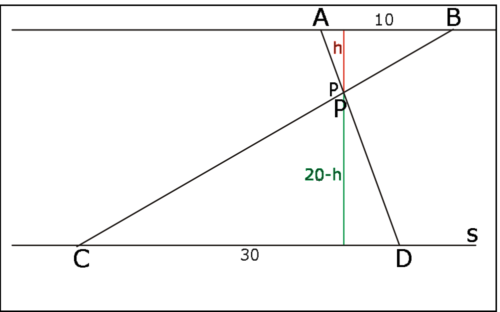
QUESTÃO 09



Considere a figura acima em que

- a distância entre as retas r e s é igual a 20u.c.;
- os segmentos AB e CD medem, respectivamente, 10u.c. e 30u.c.;
- P é o ponto de interseção dos segmentos AD e BC.

Com base nesses dados, calcule a área do triângulo APB, em u.a..

Sendo r//s, os triângulos APB e CPD semelhantes e suas linhas correspondentes são proporcionais, então: $\frac{10}{h} = \frac{30}{20 - h} \Rightarrow 3h = 20 - h \Rightarrow h = 5$. $S_{APB} = \frac{10.5}{2} = 25$	

$\boxed{25}$

QUESTÃO 10

Uma empresa fabrica copos plásticos para refrigerante e café. Os copos têm a forma de tronco de cone e são semelhantes, isto é, um deles pode ser obtido a partir do outro por homotetia. O copo de refrigerante mede 9,5cm de altura e tem capacidade para 480ml.
Sabendo-se que o copo de café tem 3,8cm de altura, determine a sua capacidade em mililitros, aproximando o resultado para o número inteiro mais próximo.

Em dois sólidos semelhantes vale a relação: $\frac{V_0}{V_1} = \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_0}{480cm^3} = \left(\frac{3{,}8}{9{,}5}\right)^3 \Rightarrow$
$\frac{V_0}{480} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow 125V_0 = 8.480 \Rightarrow V_0 = 30{,}72 \approx 31$

$\boxed{31}$